



# Einführung in die Hydrologie

Universität Potsdam

Unterlagen zur Vorlesung im Grundstudium

für den Studiengang Geoökologie

und für Studiengänge der Geographie

Prof. Axel Bronstert  
Universität Potsdam  
Institut für Geoökologie  
Lehrstuhl für Hydrologie und Klimatologie  
D – 14415 Potsdam



## Vorwort

Die vorliegenden Unterlagen wurden für die Grundvorlesung Hydrologie I im Grundstudium (2. Semester) des Diplomstudienganges Geoökologie an der Universität Potsdam zusammen gestellt. Neben den Studierenden der Geoökologie sind auch die Studierenden der verschiedenen Studiengänge der Geographie durch diese Unterlagen angesprochen.

Ziel der Vorlesung ist die Vermittlung der wichtigsten Grundlagen der naturwissenschaftlichen bzw. deterministischen Hydrologie. Zusätzlich werden einige wichtige Aspekte der statistischen Hydrologie behandelt.

Diese Unterlagen ergänzen die Teilnahme an der Vorlesung und sollen die Wissensvermittlung erleichtern. Ein Ersatz für den Besuch der Vorlesung sind sie aber nicht.

Der Besuch der Vorlesung ist Voraussetzung für die Teilnahme an der Klausur Hydrologie im Grundstudium. Zudem ist die Teilnahme eine der Voraussetzungen für die Belegung der „wahlweise obligatorischen Vertiefung“ *Modellierung in Hydrologie und Geoökologie* im Hauptstudium des Diplomstudienganges Geoökologie.

Ich danke Frau A. Hickisch für die Unterstützung bei der Zusammenstellung dieser Unterlagen.

Potsdam, im April 2004

A. Bronstert



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Definition für Hydrologie und Wasserwirtschaft . . . . .	1
1.2	Aufgaben der wasserwirtschaftlichen Planung . . . . .	1
1.2.1	nationale Einrichtungen . . . . .	1
1.2.2	internationale Einrichtungen . . . . .	4
1.2.2.1	Europäische Union . . . . .	4
1.2.2.2	Andere Internationale Einrichtungen und Programme . . . . .	6
1.3	Allgemeine Literatur zu Hydrologie und Wasserwirtschaft . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Wasserkreislauf</b>	<b>8</b>
2.1	Wasserflüsse in der Mikroskala (Betrachtungen am Punkt) . . . . .	8
2.2	Der Wasserkreislauf am Hang . . . . .	9
2.3	Wasserflüsse in kleinen Einzugsgebieten . . . . .	10
2.4	Wasserflüsse in der Makroskala (Betrachtungen für große Gebiete) . . . . .	11
2.5	Der Wasserkreislauf in der Bundesrepublik Deutschland . . . . .	12
2.6	Der Wasserkreislauf im globalen Maßstab . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Strahlung</b>	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>Niederschlag</b>	<b>22</b>
4.1	Niederschlagsbildung . . . . .	22
4.1.1	Zyklonaler Niederschlag . . . . .	22
4.1.2	Konvektiver Niederschlag . . . . .	24
4.1.3	Orographischer Niederschlag . . . . .	24
4.2	Niederschlagsmessung . . . . .	25

4.3	Niederschlagsauswertung . . . . .	26
4.3.1	Ermittlung des Gebietsniederschlags . . . . .	28
4.3.2	Das KOSTRA-Verfahren . . . . .	30
4.3.3	Niederschlagsintensitäts - Dauer - Häufigkeits - Kurven . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Verdunstung</b> . . . . .	<b>44</b>
5.1	Definition, Unterteilung in Komponenten . . . . .	44
5.2	Physikalische Ursachen . . . . .	44
5.3	Messung der Verdunstung . . . . .	44
5.4	Verteilung der Verdunstung in Deutschland . . . . .	53
5.5	Verteilung der Verdunstung in Europa . . . . .	54
5.6	Berechnung der Verdunstung . . . . .	54
5.6.1	Gesamtverdunstung . . . . .	57
5.6.2	Interzeptionsverdunstung . . . . .	58
5.6.3	Evaporation des Bodens . . . . .	59
5.6.4	Transpiration der Pflanzen . . . . .	60
5.6.4.1	Erwähnte Literatur zur Berechnung der Verdunstung . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Versickerung</b> . . . . .	<b>62</b>
<b>7</b>	<b>Abfluß</b> . . . . .	<b>66</b>
7.1	Definitionen . . . . .	66
7.2	Einfluß von Niederschlags- und Gebietseigenschaften auf den Abflußbeiwert . . . . .	66
7.2.1	Niederschlagseigenschaften (Ereigniseigenschaften) . . . . .	66
7.2.2	Gebietseigenschaften . . . . .	66
7.3	Abflußbildung . . . . .	67
7.3.1	Schätzverfahren zur Bestimmung des Abflußbeiwertes . . . . .	67
7.3.1.1	Koaxialdiagramm . . . . .	67
7.3.1.2	SCS - Verfahren . . . . .	69
7.4	Abflußkonzentration . . . . .	71
7.4.1	Verfahren zur Beschreibung der Abflußkonzentration . . . . .	71
7.4.1.1	Flutplanverfahren . . . . .	71
7.4.1.2	Isochronenverfahren . . . . .	72

7.5	Abflußmessung . . . . .	74
7.5.1	Abflußmessung über Wasserstände . . . . .	74
7.5.2	Überfallwehr (Meßwehr) . . . . .	74
7.5.3	Venturikanal . . . . .	75
7.5.4	Pegel . . . . .	75
7.5.5	Abflußmessung über die Messung der Fließgeschwindigkeit . . . . .	77
7.6	Abflußkurve . . . . .	80
7.7	Abflußganglinie . . . . .	82
7.8	Abflußstatistik . . . . .	85
7.9	Das Einheitsganglinienverfahren (Unit Hydrograph) . . . . .	94
7.9.1	Allgemeines . . . . .	94
7.9.2	Bestimmungsmethoden der Einheitsganglinie . . . . .	96
7.9.2.1	Einheitsganglinie über Einzelordinaten: . . . . .	96
7.9.2.2	Lineare Speicherkaskade . . . . .	97
7.9.2.3	Berechnung der Parameter n und k der linearen Speicherkaskade mit der Momentenmethode . . . . .	98
7.9.3	Beispiele . . . . .	100
7.9.3.1	Bestimmung der Einheitsganglinie mit der Momentenmethode . . . . .	100
7.9.3.2	Bestimmung der Einheitsganglinie mit dem Kleinstquadratverfahren . . . . .	102





# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Definition für Hydrologie und Wasserwirtschaft

DIN 4049:

**Hydrologie:** Wissenschaft vom Wasser, seinen Eigenschaften und seinen Erscheinungsformen auf und unter der Landoberfläche

**Wasserwirtschaft:** Zielbewußte Ordnung aller menschlichen Einwirkungen auf das ober- und unterirdische Wasser

**Wasserkreislauf:** Ständige Folge der Zustands- und Ortsänderungen des Wassers mit den Hauptkomponenten Niederschlag, Abfluß, Verdunstung und atmosphärischer Wassertransport

### 1.2 Aufgaben der wasserwirtschaftlichen Planung

#### 1.2.1 nationale Einrichtungen

##### Gesetzgebung

Das Wasserrecht umfaßt die Vorschriften, die zur rechtlichen Ordnung des Wasserhaushaltes erlassen sind. Es enthält Regeln für die Bewirtschaftung des in der Natur vorhandenen Wassers nach Menge und Güte. Seine Schwerpunkte sind der Schutz des Wassers vor Beeinträchtigung, Regelung über die Benutzung der Gewässer sowie Vorkehrungen gegen

Gefahren, die vom Wasser drohen.

### BUND

- Aufgabe der Rahmengesetzgebung
- Verwaltung der bundeseigenen Anlagen: Bundeswasserstraßen, bundeseigene Häfen

Rahmengesetzgebung nach Art. 75 Nr. 4 Wasserhaushaltsgesetz (WHG):

Die Gewässer sind als Bestandteil des Naturhaushalts so zu bewirtschaften, daß sie dem Wohl der Allgemeinheit und im Einklang mit ihm auch dem Nutzen einzelner dienen, und daß jede vermeidbare Beeinträchtigung unterbleibt §1a Abs. 1. WHG u.a.

- Gesetz über die Umweltverträglichkeitsprüfung
- Abwasserabgabengesetz
- Wassersicherungsgesetz
- Gesetz über die Umweltverträglichkeit von Wasch- und Reinigungsmitteln
- Bundeswasserstraßengesetz

### LAND

- Aufgabe der Länder ist die Grundlagenbeschaffung, also insbesondere die Meßdienste für die darauf aufbauenden wasserwirtschaftlichen Planungen (Sammlung von Grundwasser- und Abflußdaten bezüglich Menge und Güte) sowie die Wahrnehmung der hoheitlich regelnden Verwaltung, insbesondere Zulassung und Überwachung.
- Landeswassergesetze

### WASSERBEHÖRDEN

- Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit:  
Abteilung WA: Wasserwirtschaft, Abfallwirtschaft, Bodenschutz
  - Umweltbundesamt:  
Fachbereich II „Gesundheitlicher Umweltschutz, Schutz der Ökosysteme“
    - Abt. II 2: Wasser
    - Abt. II 3: Trink- und Badebeckenwasserhygiene
    - Abt. II 4: Boden

- Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG)
- Bundesministerium für Forschung und Bildung (BMBF)
- Bundesministerium für Ernährung und Landwirtschaft und Verbraucherschutz (BMELV):
  - Biologische Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft
- Bundesministerium für Verkehr:
  - Abteilung WS: Wasserstraßen und Schifffahrt
    - Bundesanstalt für Wasserbau (BAW)
    - Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG)
    - Bundesamt für Schifffahrt und Hydrographie (BSH)
    - Wasser- und Schifffahrtsdirektionen
    - Wasser- und Schifffahrtsämter
    - Deutscher Wetterdienst (DWD)
- Bundesministerium für Wirtschaft (BMW):
  - Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (BGR)
  - Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)

#### Länderbeispiel Baden-Württemberg:

Oberste Wasserbehörde: Umweltministerium Baden-Württemberg Fachdienststelle: Landesamt für Umweltschutz, Messungen und Naturschutz Baden-Württemberg (LUBW)

Höhere Wasserbehörde: Regierungspräsidien (Karlsruhe, Freiburg, Tübingen, Stuttgart)

Untere Wasserbehörde: Stadt- und Landkreise, Amt für Umweltschutz Technische Fachbehörde: Ämter für Wasserwirtschaft und Bodenschutz (ab Juli 1995 Landratsämter und Flußbaudirektionen) Kommunen und Wasserverbände (Selbstverwaltung)

#### neue Bundesländer z. B. Sachsen-Anhalt

Ministerien für Umwelt und Naturschutz

Landesamt für Umweltschutz (LAU)

Bezirksregierung Staatliches Amt für Umweltschutz

#### z.B Brandenburg:

- Ministerium für Ländliche Entwicklung, Umwelt und Verbraucherschutz (MLUV) mit der zuständigen Abteilung:
  - Abt. 6: Wasser- und Bodenschutz

- Ref 61: Grundsatzfragen Wasser- und Bodenschutzangelegenheiten
- Ref 62: Wasserwirtschaft und Gewässerschutz
- Ref 63: Wasserversorgung, Abwasserbehandlung, Schuldenmanagement, Altlasten
- Ref 64: Hochwasserschutz, Wasserbau, Gewässerunterhaltung
- Ref 65: Boden und Umweltgeologie

Fachbehörde:

- Landesumweltamt (LUA) Brandenburg:  
Das LUA Brandenburg ist eine wissenschaftlich-technische Landesoberbehörde, die der Dienst- und Fachaufsicht des MLUV untersteht. Die Dienststelle befindet sich in Potsdam mit Aussenstellen in Cottbus und Frankfurt/Oder. Zuständige Abteilung ist:  
— Abt. ÖNW: Ökologie, Naturschutz, Wasser

Berlin:

- Senatsverwaltung für Gesundheit, Umwelt und Verbraucherschutz:
  - Abt II: Integrativer Umweltschutz:
    - IID Gewässerschutz
    - IIE Wasserwirtschaft, Wasserrecht, Geologie

andere Bundesländer z. B. Niedersachsen / Nordrhein-Westfalen:

Umweltministerium/Ministerium für Umwelt, Raumordnung und Landwirtschaft

Landesamt für Ökologie/Wasser- und Abfall (LAWA)

Bezirksregierungen/Regierungspräsident

Staatliche Ämter für Wasser und Abfall (StAWA)/Wasser und Abfallwirtschaft

## 1.2.2 internationale Einrichtungen

### 1.2.2.1 Europäische Union

Seit dem 14. Sept. 2001 gilt in den Staaten der Europäischen Union die EU-Wasserrahmenrichtlinie: „Richtlinie des Rates zur Schaffung eines Ordnungsrahmens für Maßnahmen der Gemeinschaft im Bereich der Wasserpolitik - Wasserrahmenrichtlinie (WRRL)“

Die Richtlinie ist auf Drängen der Mitgliedstaaten und des Europäischen Parlaments zustande gekommen. Das Anliegen der Mitgliedstaaten war es, die Vielzahl der Wasserrichtlinien durch ein modernes, kohärentes europäisches Wasserrecht zu ersetzen. Die Richtlinie hat zum Ziel

- den Schutz und die Verbesserung der aquatischen Ökosysteme
- die Förderung einer nachhaltigen Nutzung der Wasserressourcen.

Im Rahmen der Zielsetzung, einen guten Zustand der Gewässer herzustellen, soll auch erreicht werden:

- Eine stetige Verringerung der Gewässerverschmutzung durch gefährliche Stoffe entsprechend den Meeresschutzabkommen
- Eine Verminderung der ökologischen Auswirkungen von Hochwasser und Dürren

Das operative Ziel der Richtlinie besteht in der Erreichung einer guten ökologischen Qualität der Oberflächengewässer und einem guten quantitativen und chemischen Zustand des Grundwassers. Eckpunkte sind u.a. die Bewertung des ökologischen Zustandes anhand biologischer und chemischer Bewertungsparameter sowie das Flußgebietsmanagement. Die biologische Zustandserfassung von Oberflächengewässern umfaßt dabei auch die Bewertung von Gewässerstrukturen. Das Flußgebietsmanagement beinhaltet eine Analyse und Klassifizierung der Flußgebiete sowie die Ableitung und Durchführung von Maßnahmenprogrammen zur Verbesserung des Zustandes.

Die Mitgliedstaaten haben dieses Ziel innerhalb von 16 Jahren zu erreichen. Unter bestimmten Voraussetzungen und nachvollziehbaren Gründen kann diese Frist um zwölf Jahre (mit Zustimmung der Kommission auf 18 Jahre) verlängert werden.

Als Instrument zur Zielerreichung sind Flußgebietspläne aufzustellen, die die Gewässer von der Quelle bis zur Mündung erfassen. Dazu zählen u.a. die Festlegung von Einzugsgebieten und Teileinzugsgebieten sowie die Bestimmung der für die Koordination zuständigen Verwaltungsbehörden oder sonstigen Organisationen. Die inhaltlichen Anforderungen an die Pläne entsprechen weitgehend dem Vorgehen der internationalen Flußgebietskommissionen bzw. den entsprechenden deutschen Kommissionen. Die Flußgebietspläne bestehen aus Programmen, die geeignet sein müssen, die Ziele innerhalb der vorgegebenen Fristen zu erreichen.

Die Mitgliedstaaten sind aufgefordert, dem Prinzip kostendeckender Preise für die Wassernutzung zu folgen. Eine EU-weit verbindliche Einführung ist in den Richtlinienvorschlag nicht vorgesehen. Bei den festgesetzten Preisen sind die sozialen, ökologischen und wirtschaftlichen Auswirkungen zu berücksichtigen. Als Grundlage sind ökonomische Analysen zu erstellen. Über die Umsetzung ist im Flußgebietsplan zu berichten. Die Richtlinie folgt bei der Emissionsbegrenzung dem in Deutschland angewandten kombinierten Ansatz aus Emissionsgrenzwerten und Qualitätsstandards (Emissions- und Immissionsprinzip).

Ausführliche Informationen zur EU-Wasserrahmenrichtlinie sind im Internet unter folgender Adresse zu erhalten:

[http://www.umweltbundesamt.de/wasser/themen/wrrl\\_chronologie.htm](http://www.umweltbundesamt.de/wasser/themen/wrrl_chronologie.htm)

### 1.2.2.2 Andere Internationale Einrichtungen und Programme

- WMO
- UNESCO: IHP, OHP
- International Geosphere and Biosphere Programm (IGBP)
- World Climate Research Program (WCRP)
- International Decade for Natural Disaster Reduction (IDNDR)
- verschiedene internationale Einrichtungen zur Bewirtschaftung großer Flußgebiete
- ...

## 1.3 Allgemeine Literatur zu Hydrologie und Wasserwirtschaft

- BAUMGARTNER, A. & LIEBSCHER, H.J. (1996): Allgemeine Hydrologie: quantitative Hydrologie, 2. Auflage; Borntraeger, Berlin
- BRETSCHNEIDER, LECHER, SCHMIDT (HERAUSGEBER) (1993): Taschenbuch der Wasserwirtschaft, 7. Auflage; Parey Verlag, Berlin
- DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG (1992): DIN 4049-1, Ausgabe: 1992-12, Hydrologie; Grundbegriffe. Beuth Verlag, Köln
- DINGMAN, S.L. (1994): Physical Hydrology; Macmillan Publishing Company, New York
- DYCK, S. & PESCHKE, G. (1995): Grundlagen der Hydrologie, 3. Auflage; Verlag für Bauwesen, Berlin
- EAGELSON, P.S. (1970): Dynamic Hydrology; Mc Graw Hill, New York
- MAIDMENT, D.R. (1993): Handbook of Hydrology; McGraw-Hill, New York
- MANIAK, U. (1997): Hydrologie und Wasserwirtschaft. Eine Einführung für Ingenieure, 4. Auflage; Springer, Berlin
- WARD, R.C. & ROBINSON, M. (1990): Principles of Hydrology, 3. Auflage; McGraw-Hill, London

# Kapitel 2

## Wasserkreislauf

### 2.1 Wasserflüsse in der Mikroskala (Betrachtungen am Punkt)

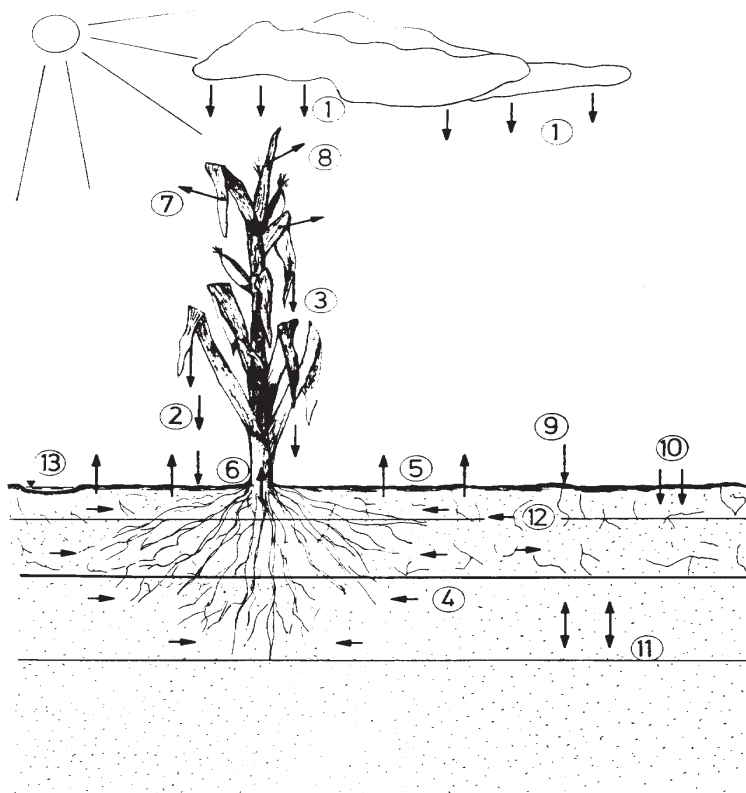


Abb. 1: Mikroskalige hydrologische Prozesse (BRONSTERT, 1994): (1) Freilandniederschlag; (2) Bestandsniederschlag; (3) Abtropfender Niederschlag; (4) Aufnahme von Bodenwasser durch die Wurzeln; (5) Bodenevaporation; (6) Wurzelentzug; (7) Transpiration der Pflanzen; (8) Evaporation von der Pflanzenoberfläche; (9) Makroporeninfiltration; (10) Matrixinfiltration; (11) Wasserbewegung in der Bodenmatrix; (12) Interaktion Makroporensystem – Bodenmatrix; (13) Muldenrückhalt;



## 2.2 Der Wasserkreislauf am Hang

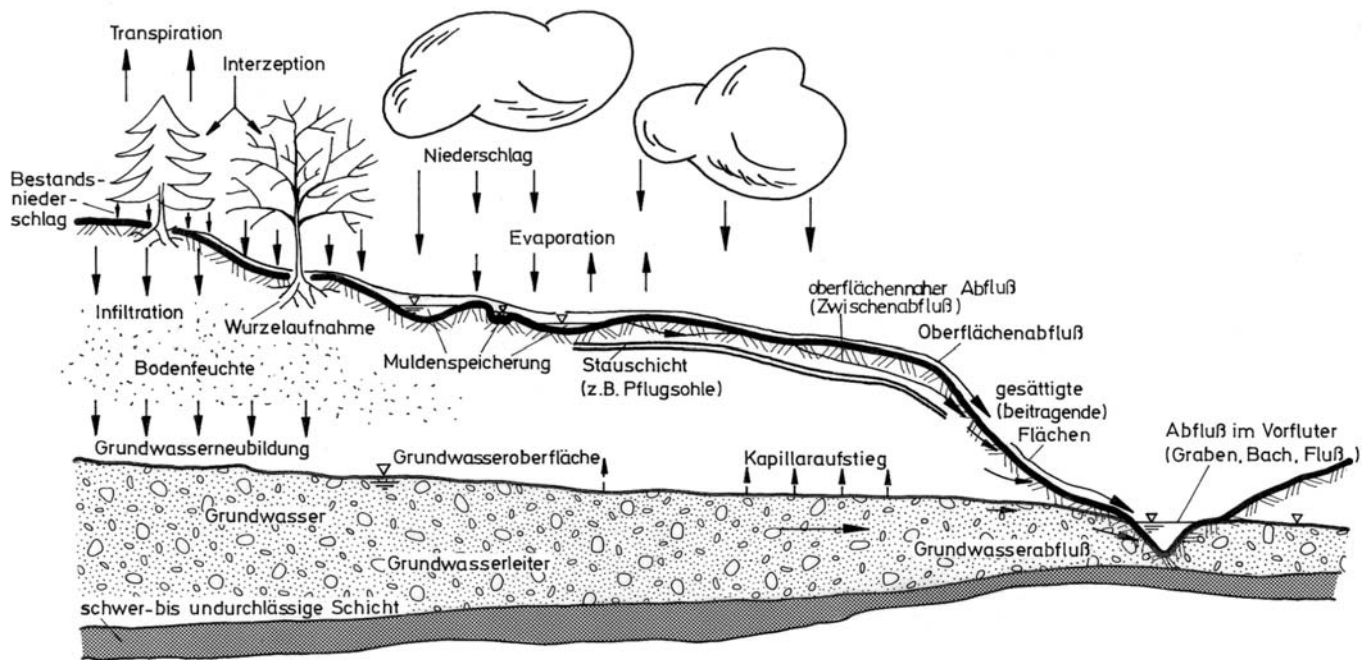


Abb. 2: Schematische Darstellung der hydrologischen Prozesse an einem Hang (nach DYCK (1980)a, aus BRONSTERT (1994))

## 2.3 Wasserflüsse in kleinen Einzugsgebieten

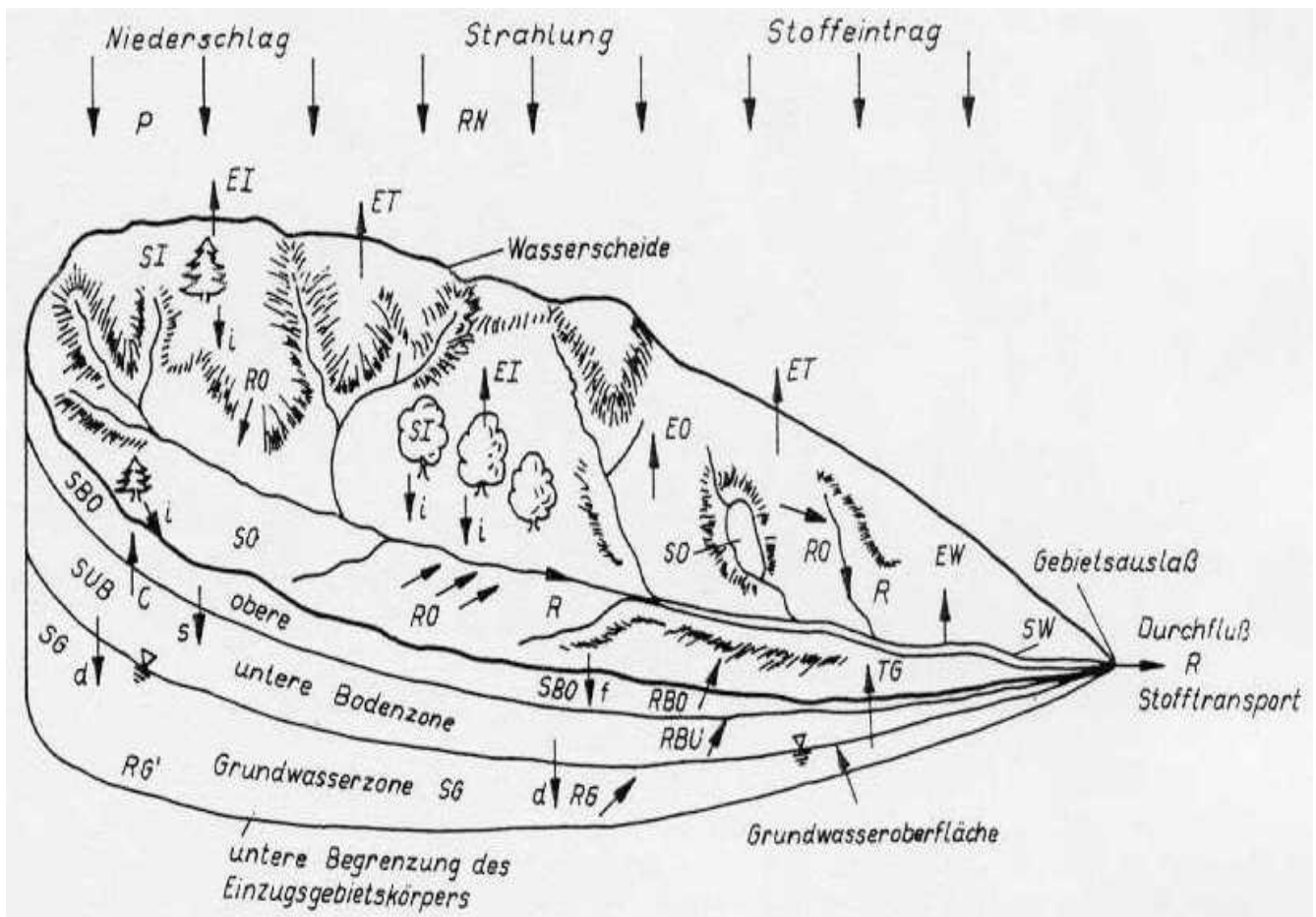


Abb. 3: Schematische Darstellung eines Einzugsgebietskörpers als offenes dynamisches System (DYCK & PESCHKE (1995))

## 2.4 Wasserflüsse in der Makroskala (Betrachtungen für große Gebiete)

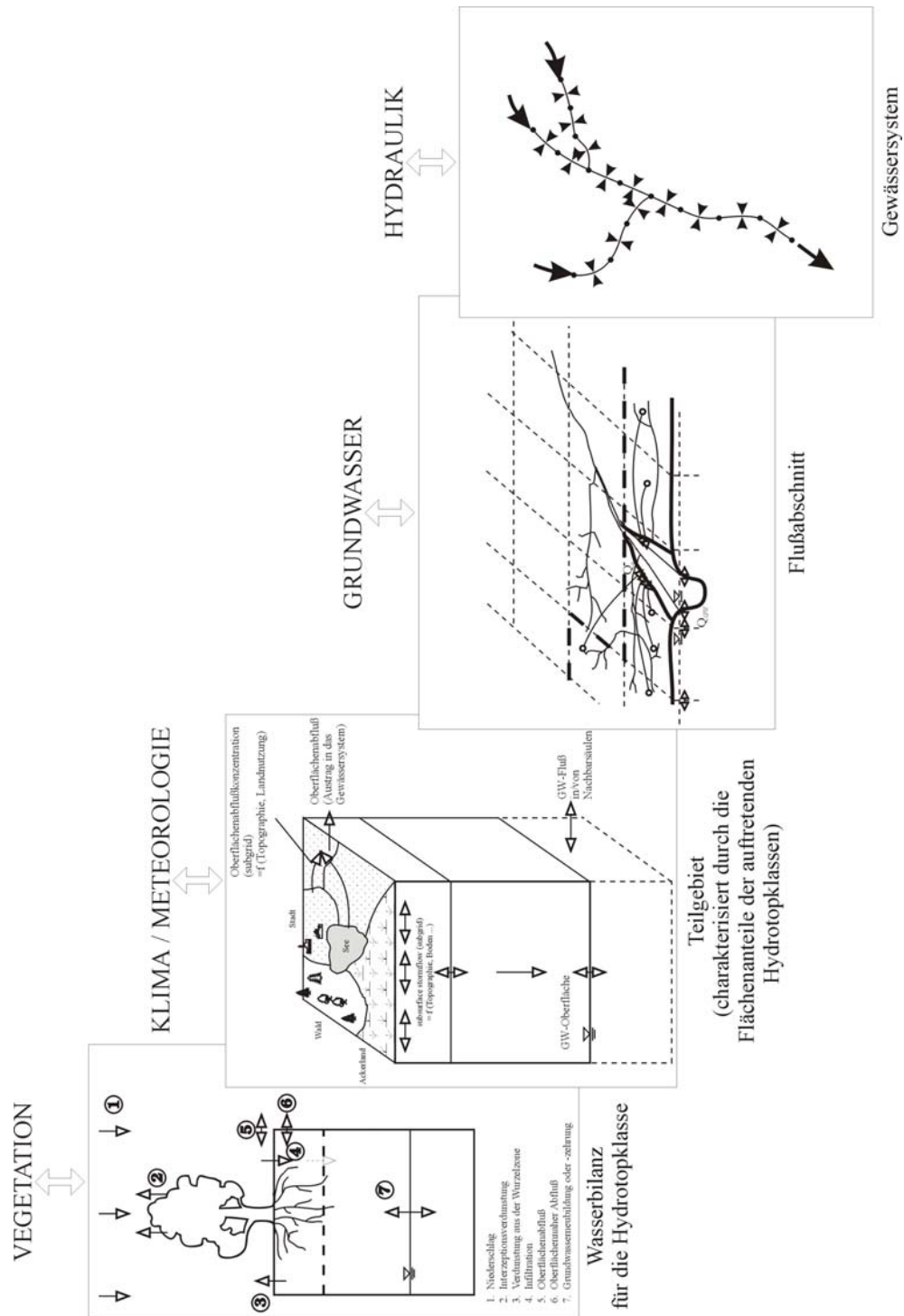


Abb. 4: Räumliche Detaillierung in der Hydrologie, Kompartimente des Wasserkreislaufs und Verbindungen zu verwandten Wissenschaftsdisziplinen

## 2.5 Der Wasserkreislauf in der Bundesrepublik Deutschland

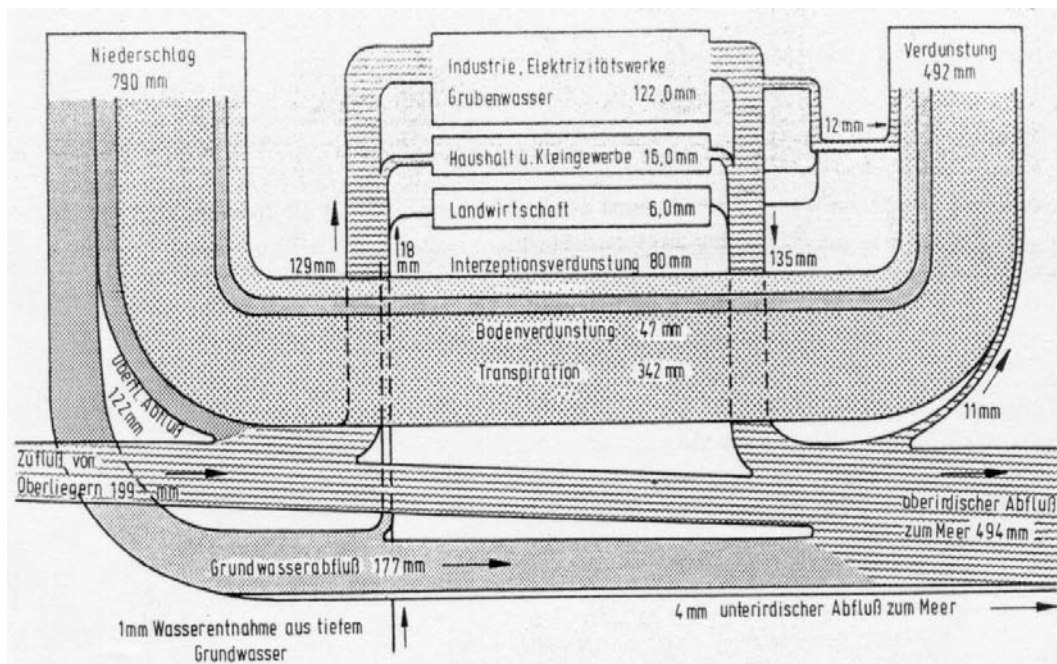


Abb. 5: Wasserbilanz der Bundesrepublik Deutschland für die Periode 1961-1990 mit Wasserbedarfs- und Wasserverbrauchszahlen des Jahres 1985 (nach LIEBSCHER(1985))

## 2.6 Der Wasserkreislauf im globalen Maßstab

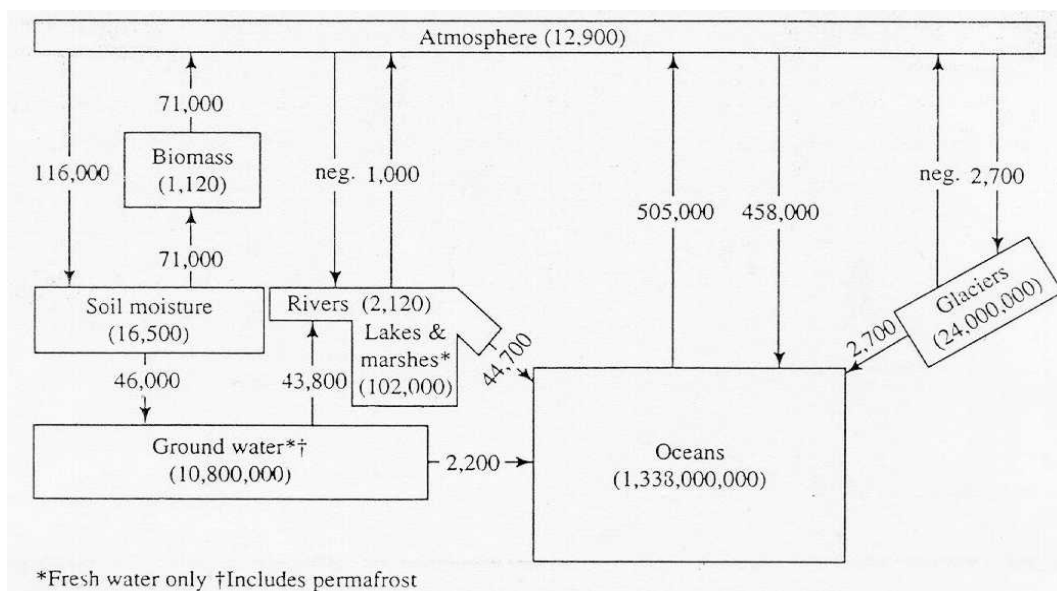


Abb. 6: Globaler Wasserkreislauf (DINGMAN (1994))

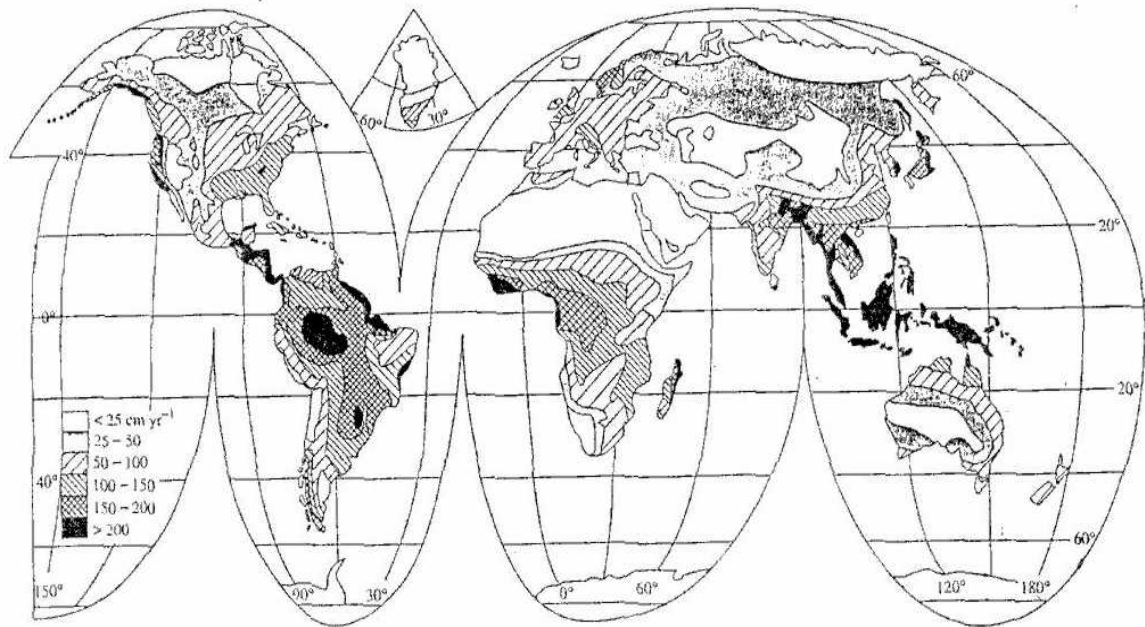


Abb. 7: Durchschnittliche Niederschlagsraten (BELL & HOWELL (1984) AUS DINGMAN (1994))

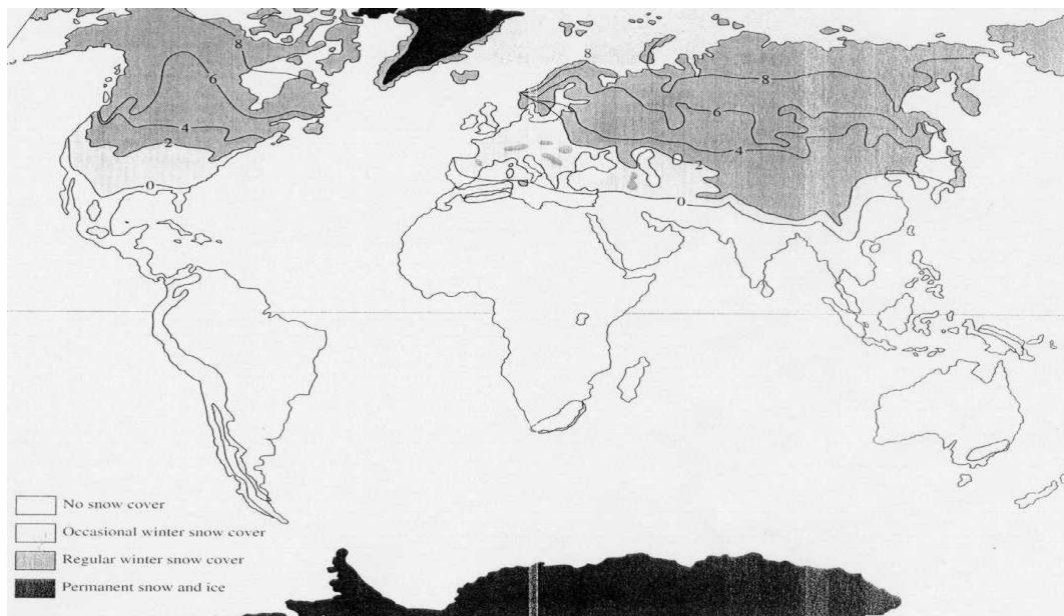


Abb. 8: Globale Verteilung der Schneebedeckung. Die Isolinien bezeichnen die normale Dauer der saisonalen Schneebedeckung in Monaten (WALSH (1984) aus DINGMAN (1994))

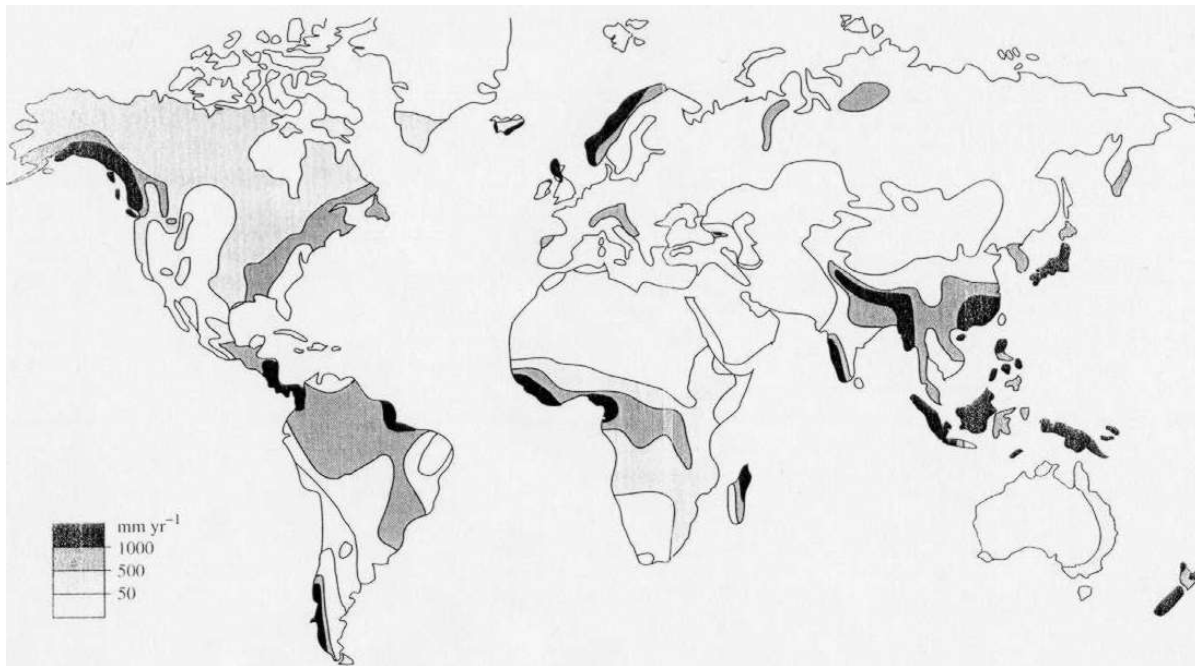


Abb. 9: Globale Verteilung der durchschnittlichen Abflußraten. (GREGORY & WALLING (1973) aus DINGMAN (1994))

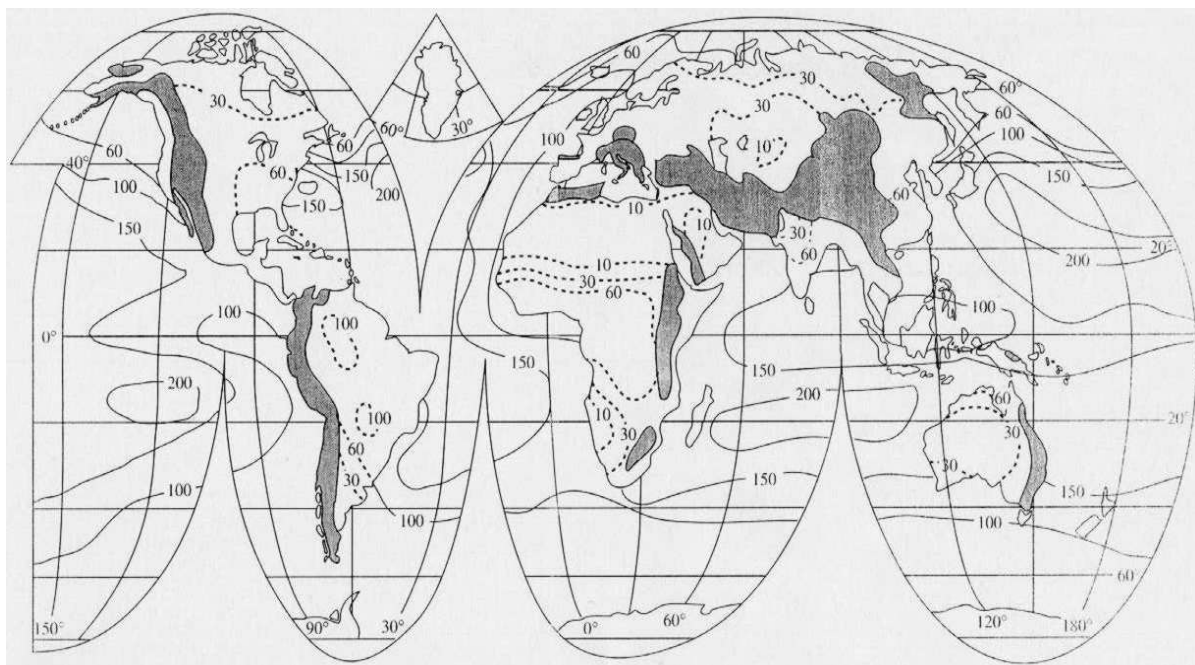


Abb. 10: Globale Verteilung von ozeanischer Evaporation und kontinentaler Evapotranspiration (cm/a). Die schwarzen Bereiche sind größtenteils Gebirgszonen ohne verfügbare Daten. (BELL&HOWELL (1984) aus DINGMAN (1994))

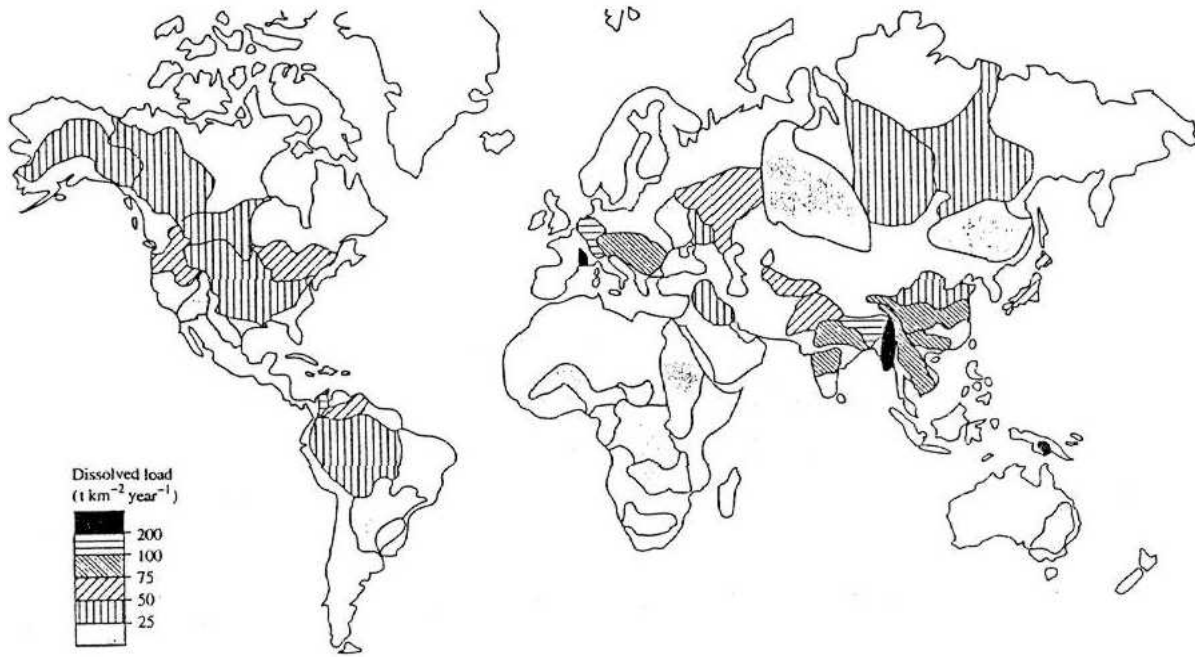


Abb. 11: Sedimentfrachten in den großen Einzugsgebieten der Erde (WALLING & WEBB (1987))

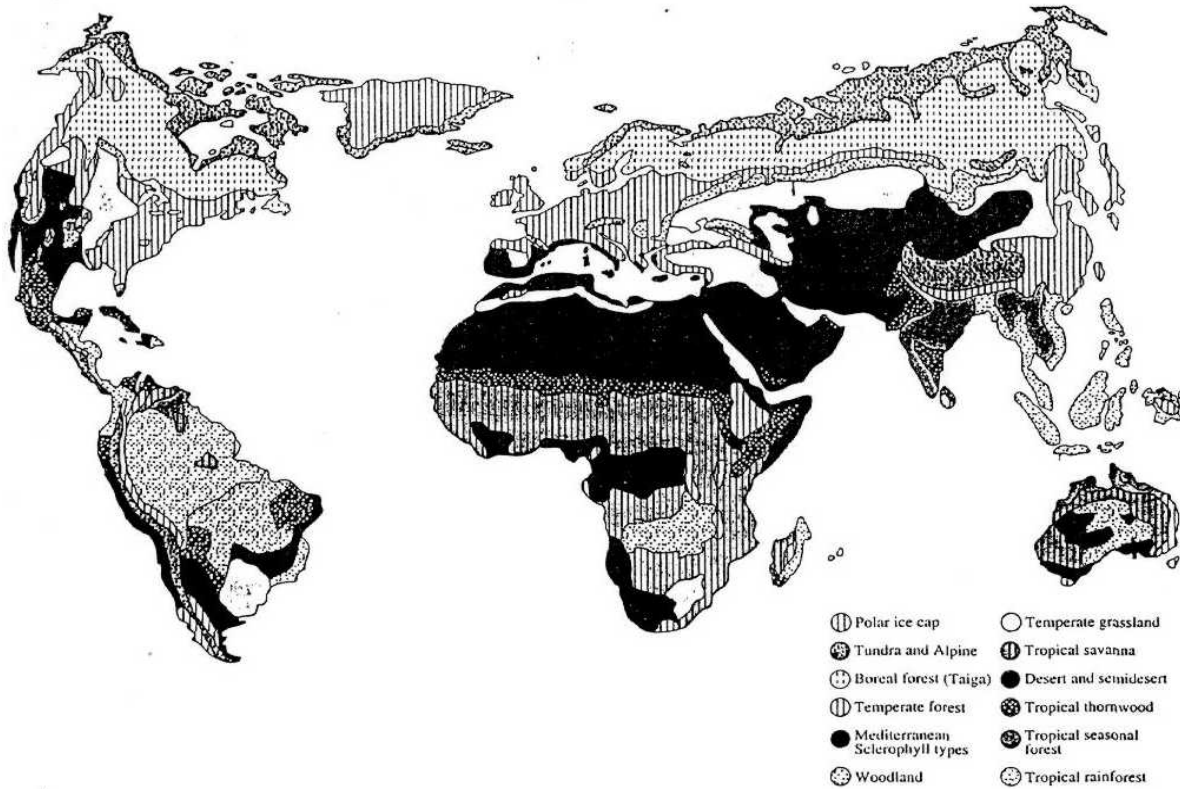


Abb. 12: Globale Verteilung der Ökosystemtypen nach WHITTAKER (1975). Einige Typen wurden zur Vereinfachung zusammengefaßt. (aus DINGMAN (1994))

# Kapitel 3

## Strahlung

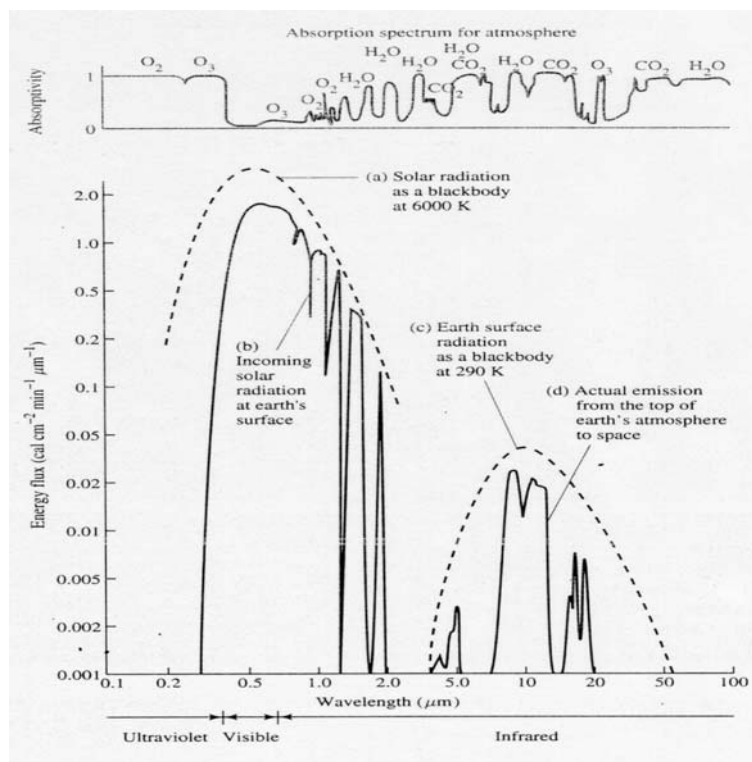


Abb. 13: Spektrum der Sonnenenergieeinstrahlung nach dem Durchgang durch die Atmosphäre sowie Energieverteilung eines schwarzen Körpers mit der Oberflächentemperatur der Sonne (aus DINGMAN (1994))



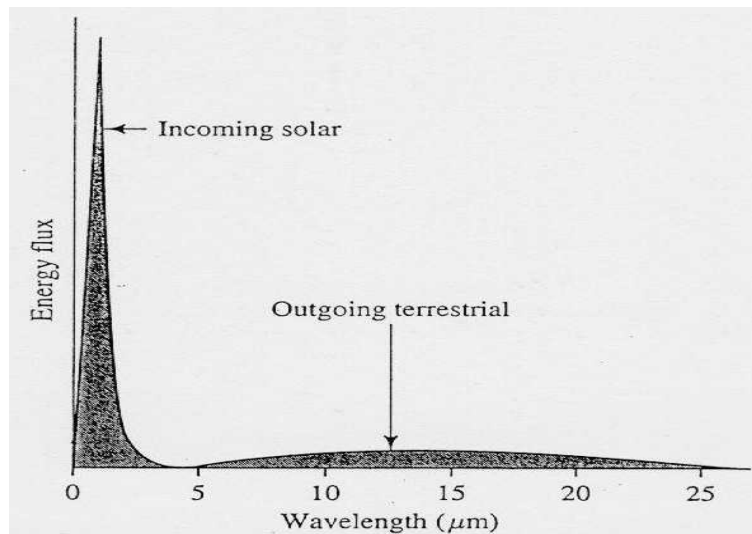


Abb. 14: Spektrum der einstrahlenden Sonnen- und der abstrahlenden Erdstrahlung (aus DINGMAN (1994))

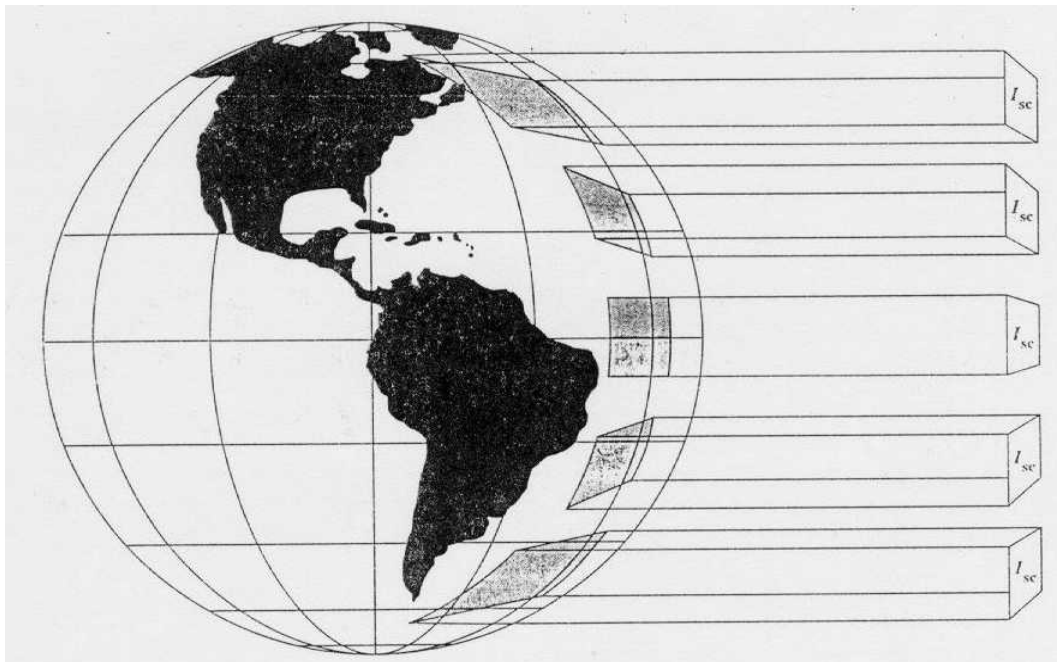


Abb. 15: Variation der Intensität der Sonnenstrahlung in Abhängigkeit vom Einstrahlungswinkel (aus DINGMAN (1994))

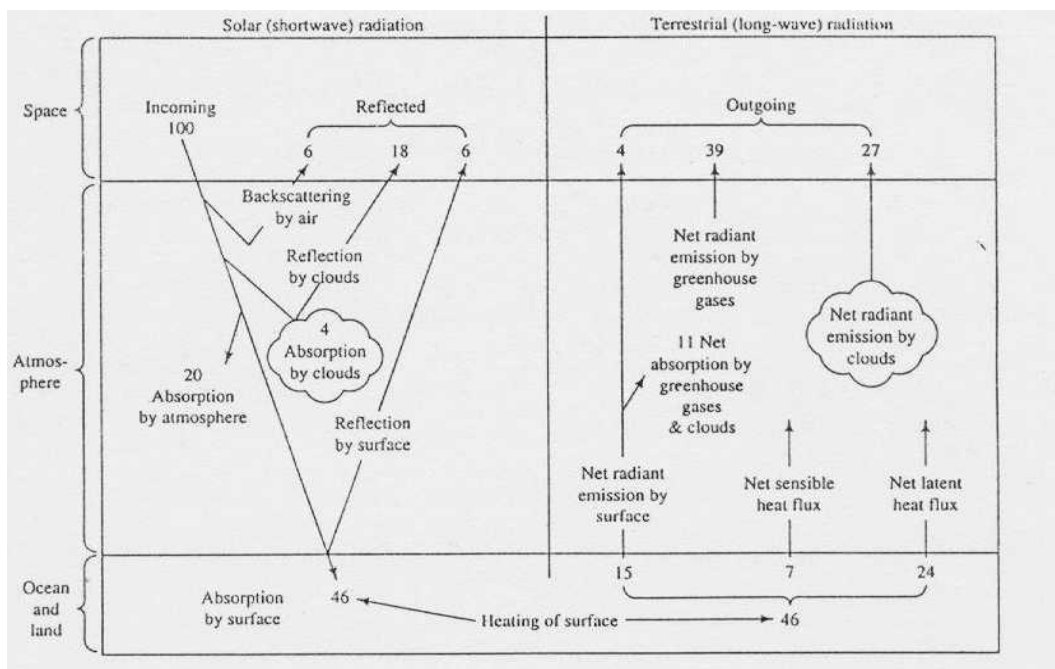


Abb. 16: Mittlere globale Strahlungsbilanz der Erde. Die Zahlen geben relative Energieflüsse an. 100 Einheiten entsprechen der Solarkonstante ( $1367 \text{ W/m}^2$ ) (aus DINGMAN (1994))

	$\alpha$
Schnee, sehr rein und frisch	0,8 ... 0,9
alter Schnee	0,4 ... 0,6
Sand und Dünen, trocken	0,25 ... 0,35
Rasen	0,25
Äcker	0,15
Wald	0,05 ... 0,18
Flüsse, Seen	0,05 ... 0,10
Meer	0,03 ..0,07

Tab. 1: Reflexionsvermögen  $\alpha_s$  natürlicher Oberflächen für die Solarstrahlung

	$\varepsilon_L$	$\alpha_L$
Schneedecke	0,995	0,005
Rasen	0,984	0,016
Wasser	0,96	0,04
Kalk, Kies	0,92	0,08
Sand	0,9	0,1
Wolken	0,9-0,1	0,0-0,1
Al - Bronze	0,35-0,45	0,55-0,65
Blech	0,07	0,93
polierte Metalle	0,02	0,98

Tab. 2: Adsorptions- und Reflexionsvermögen von Oberflächen für langwellige Strahlung.

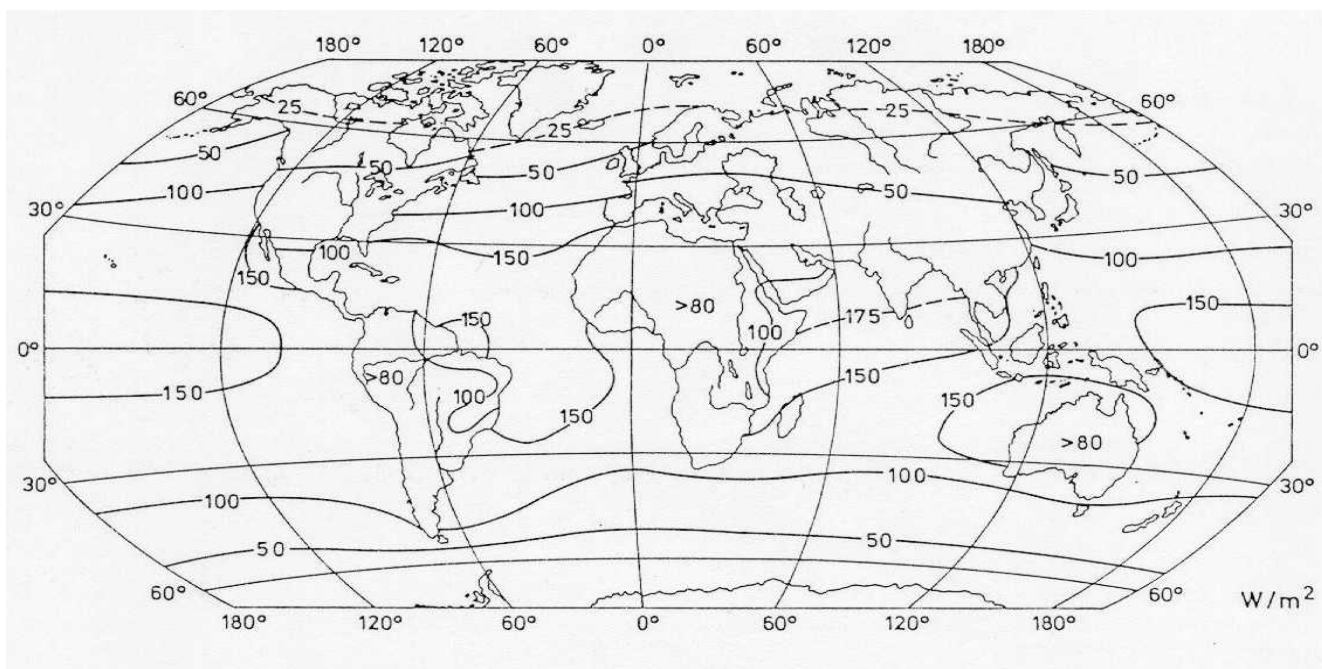


Abb.17: Globale Verteilung der mittleren jährlichen Nettostrahlung an der Erdoberfläche (nach BUDYKO (1963) aus BAUMGARTNER & LIEBSCHER (1996))

Terme	Heiterer mittags W/m <sup>2</sup>	Sommertag nachts W/m <sup>2</sup>	Sommertag		Wintertag		Jahr Mittel W/m <sup>2</sup>	Jahr Summe kWh/(m <sup>2</sup> ·a)
			Mittel W/m <sup>2</sup>	Summe Wh/(m <sup>2</sup> ·d)	Mittel W/m <sup>2</sup>	Summe Wh/(m <sup>2</sup> ·d)		
kurzwellig								
$R_{sd}$	870		130	3140	10	235	70	615
$R_{si}$	140		105	2535	25	605	55	490
$R_{sr}$	210		45	1045	15	360	25	235
$\Sigma R_{sn}$	800		190	4630	20	480	100	870
langwellig								
$R_{la}$	295	265	360	8605	265	6335	315	2790
$R_{le}$	455	335	400	9640	285	6815	350	3070
$R_{lr}$	30	20	30	700	10	290	20	185
$\Sigma R_{ln}$	-190	-90	-70	-1735	-30	-770	-55	-465
Salden								
input	1305	265	595	14280	300	7175	445	3895
output	695	356	475	11390	310	7465	400	3490
$R_n$	610	-90	120	2895	-10	-290	45	405

Tab. 3: Größenordnung der Terme der Strahlungsbilanz für München (nach BAUMGARTNER (1970))

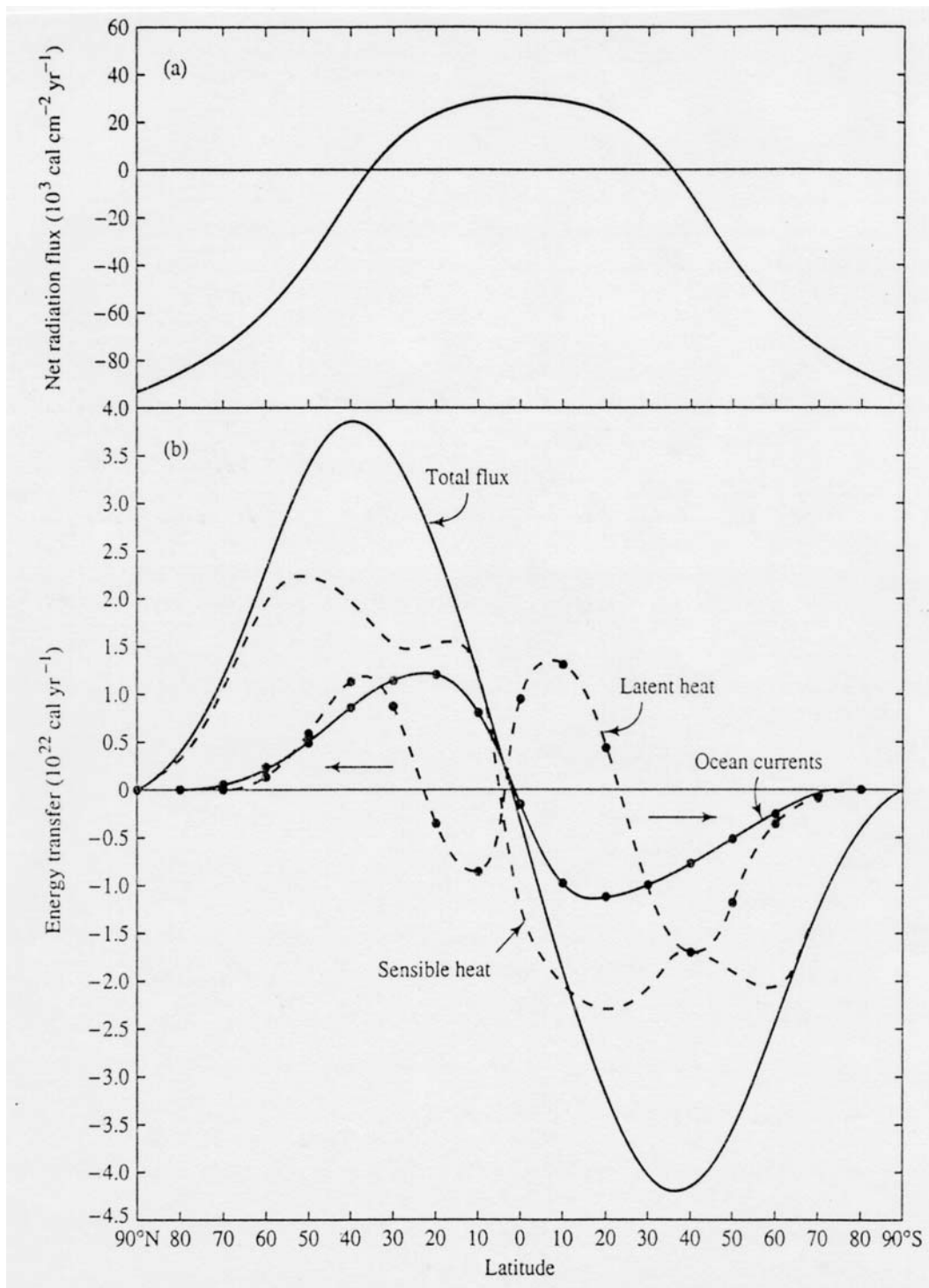


Abb. 18: (a) Langjährige mittlere Strahlungsbilanz des Erd-Atmosphäre-Systems als Funktion der geogr. Breite

(b) Polargerichteter Energiefluß durch latenten und fühlbaren Wärmefluß in der Atmosphäre und fühlbaren Wärmefluß in den Ozeanen

(nach SELLERS (1965))



# Kapitel 4

## Niederschlag

### 4.1 Niederschlagsbildung

#### 4.1.1 Zyklonaler Niederschlag

Zyklonaler Niederschlag wird durch Aufsteigen von Luft verursacht, das aufgrund von Tiefdruckgebieten in der Atmosphäre und des daraus entstehenden horizontalen Zusammenströmens der Luft eintritt.

Nichtfrontaler Niederschlag entsteht ausschließlich durch dieses Zusammenströmen und Aufsteigen. Frontaler Niederschlag entsteht, wenn sich eine Luftmasse über eine andere schiebt.

Eine Front ist die Grenze zwischen zwei Luftmassen mit unterschiedlichen Temperaturen und Dichten. Arten von Fronten und damit üblicherweise verbundene Niederschlagsformen sind im folgenden beschrieben.

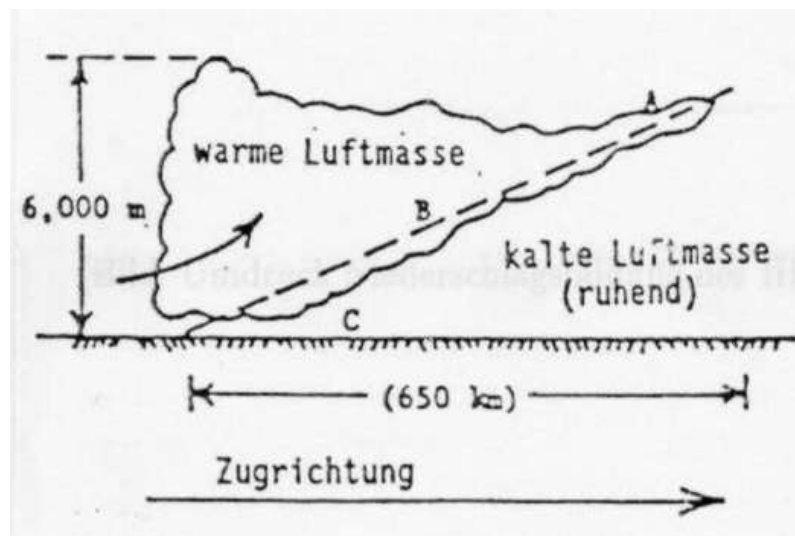


Abb. 19: Warmfront (A - Sprühregen; B - Intermittierender Regen; C - Dauerregen)

Eine Warmfront entsteht durch das Aufgleiten warmer Luftmassen über kalte; Bewölkung und Niederschlag erstrecken sich über weite Gebiete.

Mit dem Näherkommen der Warmfront wird der Niederschlag gleichmäßiger und intensiver. Warmfronten

bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von 15 - 50 km/h.

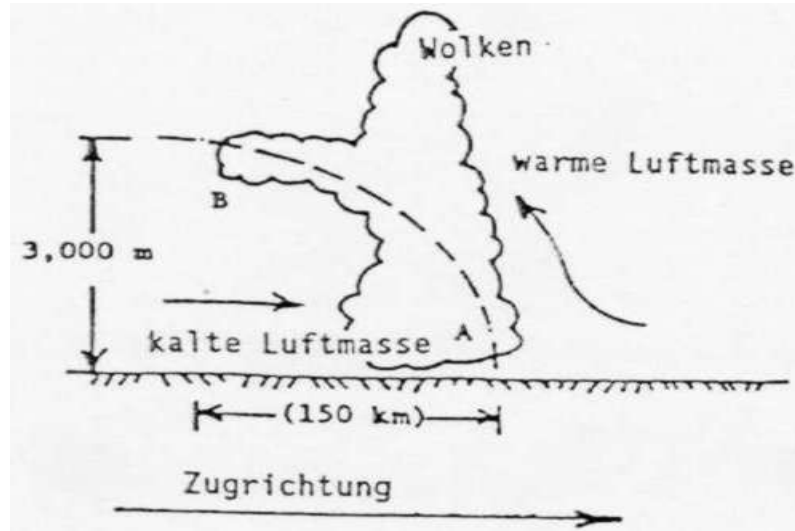


Abb. 20: Kaltfront (A - Schauer und Gewitter; B - Gebietsweise Schauer)

Eine Kaltfront entsteht, wenn kalte und warme Luftmassen frontal aufeinanderstoßen. An der Front türmen sich Wolken auf, die kurze, intensive Niederschläge bewirken. Kaltfronten bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von 30 - 80 km/h.

Eine Okklusionsfront entsteht, wenn eine Kaltfront eine Warmfront überholt. Die Niederschlagscharakteristik entspricht einer Kombination aus Kalt- und Warmfront. Okklusionsfronten bewegen sich mit Geschwindigkeiten zwischen 8 und 50 km/h.

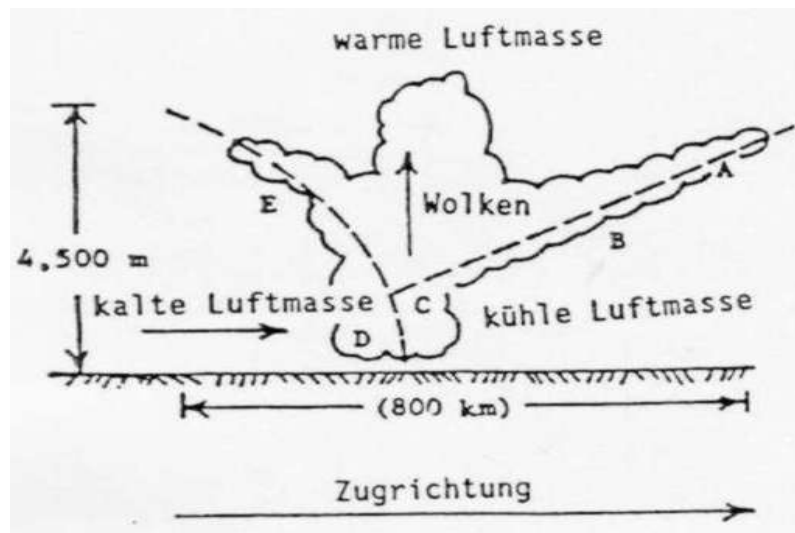


Abb. 21: Okklusionsfront (A - Sprühregen; B - Intermittierender Regen; C - Dauerregen; D - Schauer und Gewitterregen; E - Gebietsweise Schauer)

### 4.1.2 Konvektiver Niederschlag

Konvektiver Niederschlag entsteht aus der Aufwärtsbewegung von Luft, die wärmer als ihre Umgebung ist. Der Niederschlag kann schauerartig sein, kann aber von leichtem Regen bis zu Wolkenbrüchen variieren. Ein typisches Beispiel für einen konvektiven Niederschlag ist das nachmittägliche Gewitter aufgrund einer Erwärmung der Atmosphäre durch Sonneneinstrahlung; Gewitter entstehen daher überwiegend im Sommer. Es gibt sie überall auf der Erde, dennoch sind sie die Hauptform des Niederschlags in den Tropen, wo keine zyklonale Zirkulation herrscht.

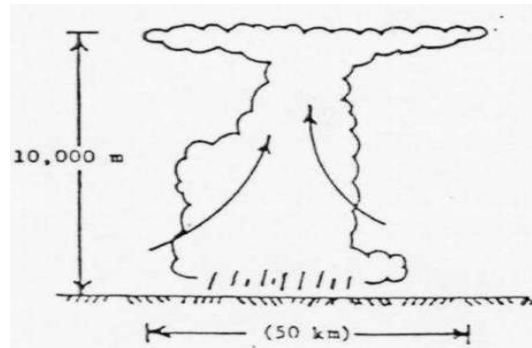


Abb. 22: Gewitter

Ein Gewitter besteht aus sich auftürmenden Wolken, deren oberer Teil normalerweise amboßartig ausgebildet ist. Die vertikalen Luftströmungen entwickeln hohe Geschwindigkeiten und können Luftfahrzeugen gefährlich werden. Die schauerartigen Niederschläge haben sehr starke Intensitäten und sind von kurzer Dauer.

### 4.1.3 Orographischer Niederschlag

Orographischer Niederschlag wird durch Anheben von Luftmassen über Geländehindernisse hervorgerufen. Solche Hindernisse verstärken häufig zyklonale Niederschläge, weil sie die Aufwärtsbewegungen der Luft unterstützen. Der Niederschlag ist im allgemeinen stärker auf der windwärtigen Seite (Luvseite) als auf der dem Wind abgewandten Seite (Leeseite).

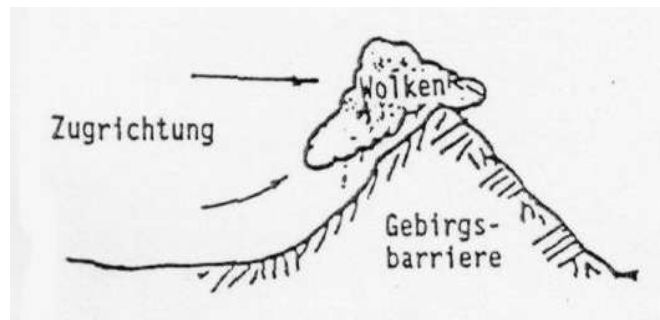


Abb. 23: Entstehung des orographischen Niederschlags (A - Schauer und leichter Regen)

Orographischer Niederschlag, der nicht in Zusammenhang mit zyklonalen oder konvektiven Niederschlägen steht, ist in der Regel schwach.



## 4.2 Niederschlagsmessung

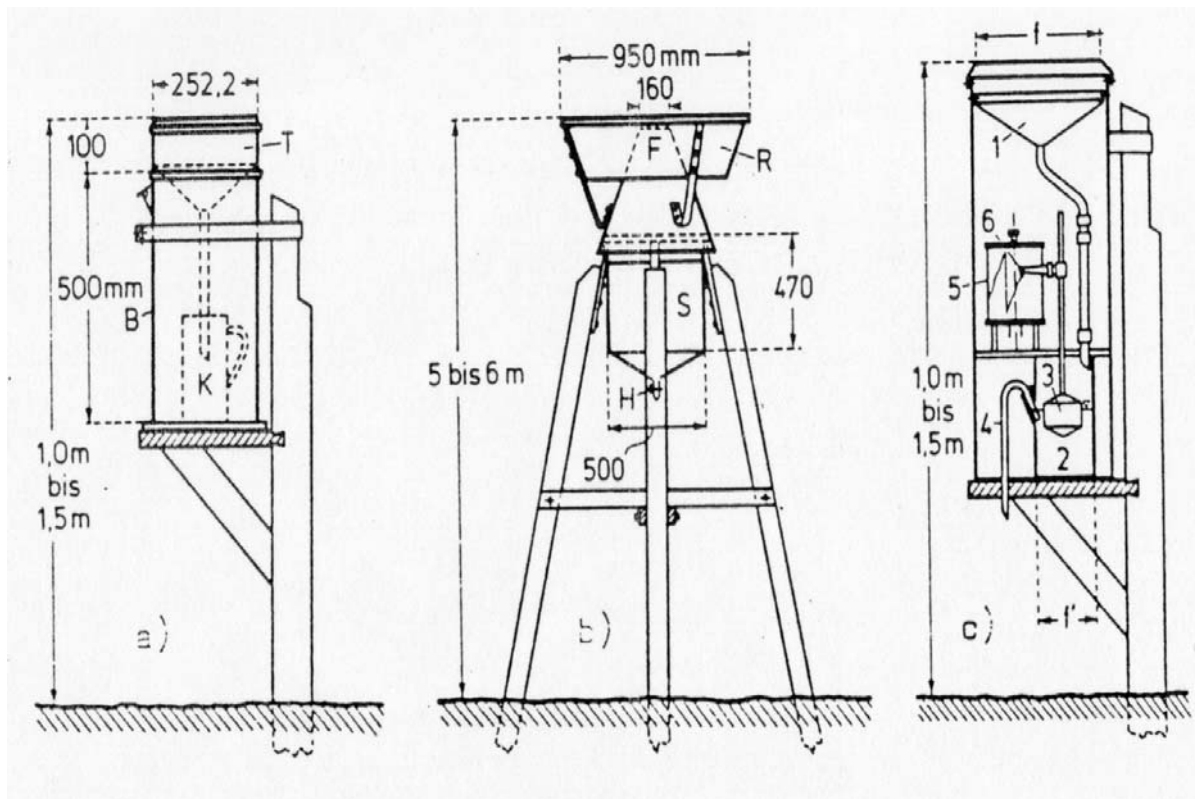


Abb. 24: Unterschiedliche Arten der Regenmessung (aus HOLTORFF (1995))

a - Einfacher Niederschlagsmesser (T - Auffangtrichter, B - Behälter, K - Sammelkanne)

b - Totalisator (F - Auffangfläche, R - Windchutzing, S - Sammelgefäß, H - Ablasshahn)

c - Niederschlagsschreiber (1 - Auffangtrichter, 2 - Auffanggefäß, 3 - Schwimmer, 4 - Heber, 5 - Schreibtrommel mit innenliegendem Uhrwerk, 6 - Schreibstift)

### 4.3 Niederschlagsauswertung

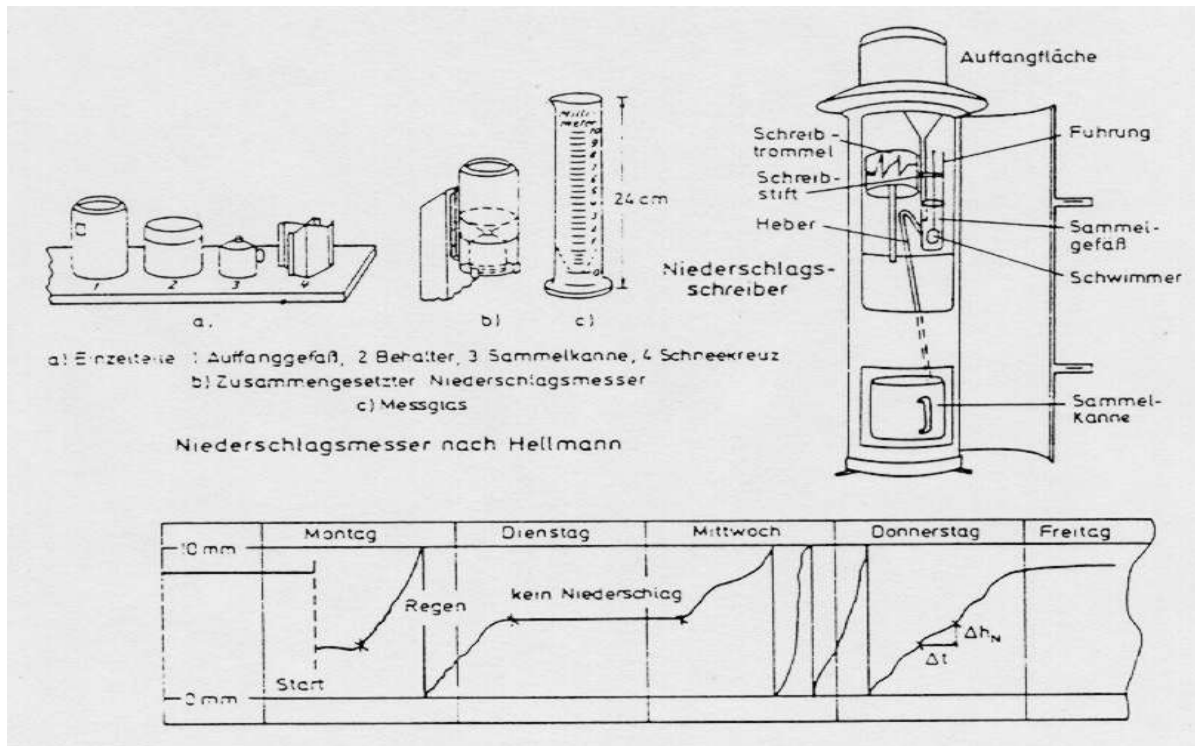


Abb. 25: Niederschlagsmesser nach HELLMANN (aus HOLTORFF (1995))

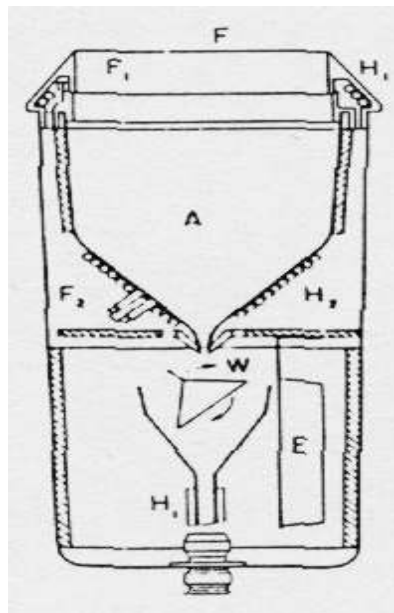


Abb. 26: Wirkungsweise der Horner'schen Wippe (HOLTORFF (1995))

F - Auffangfläche; A - Auffangtrichter; W - Niederschlagswippe; E - Elektronik; F1, F2 - Temperaturfühler; H1, H2 - Heizungen

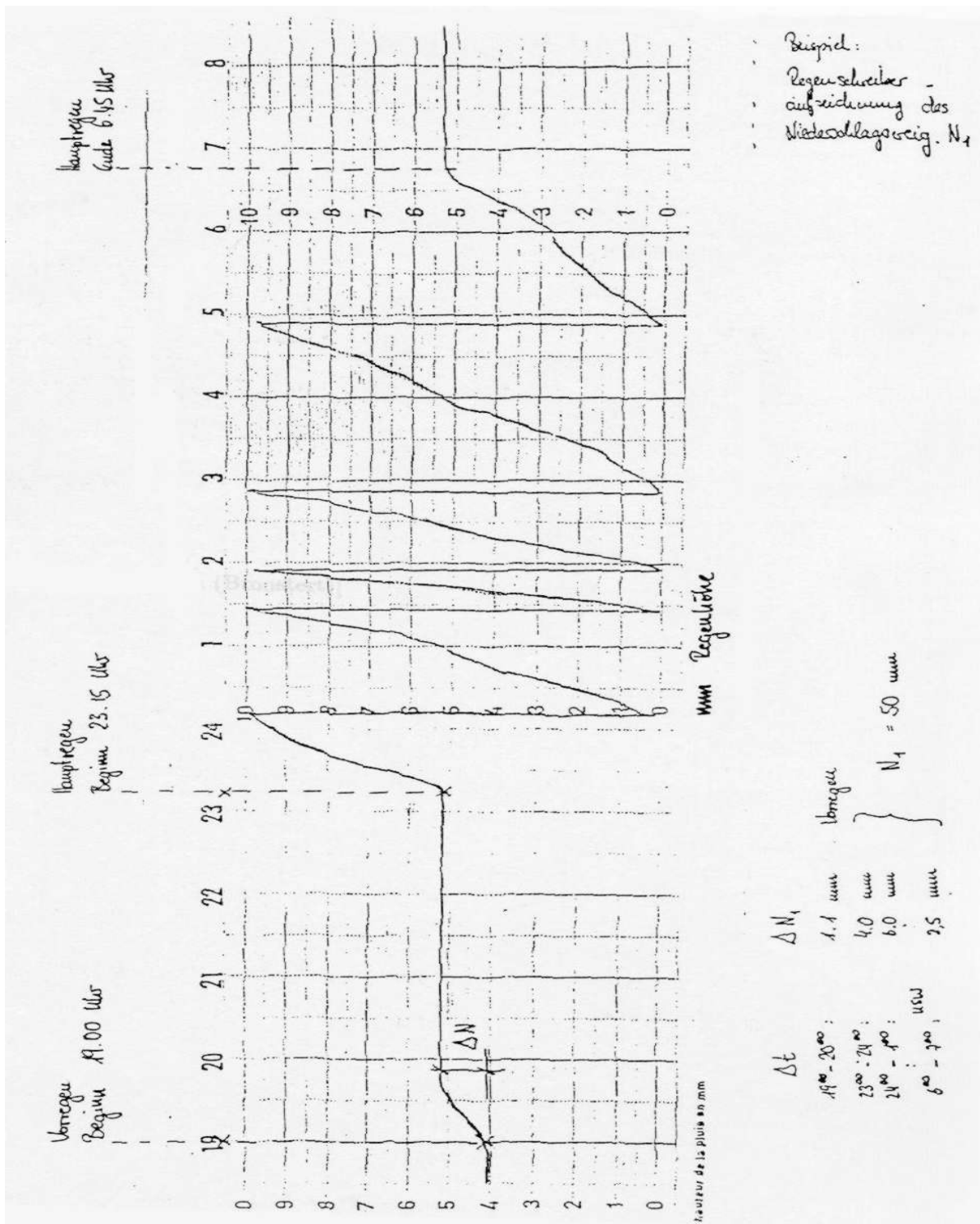


Abb. 27: Regenschreiberaufzeichnung eines Niederschlagsereignisses

### 4.3.1 Ermittlung des Gebietsniederschlags

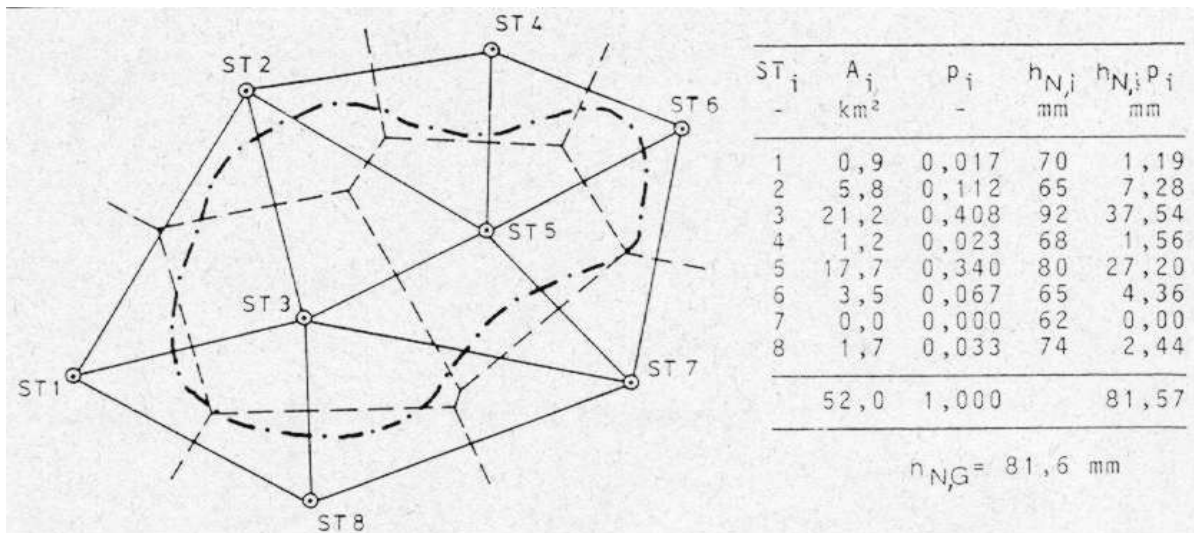


Abb. 28: Thiessen - Polygone (sc Bretschneider, Lecher, Schmidt (1993))

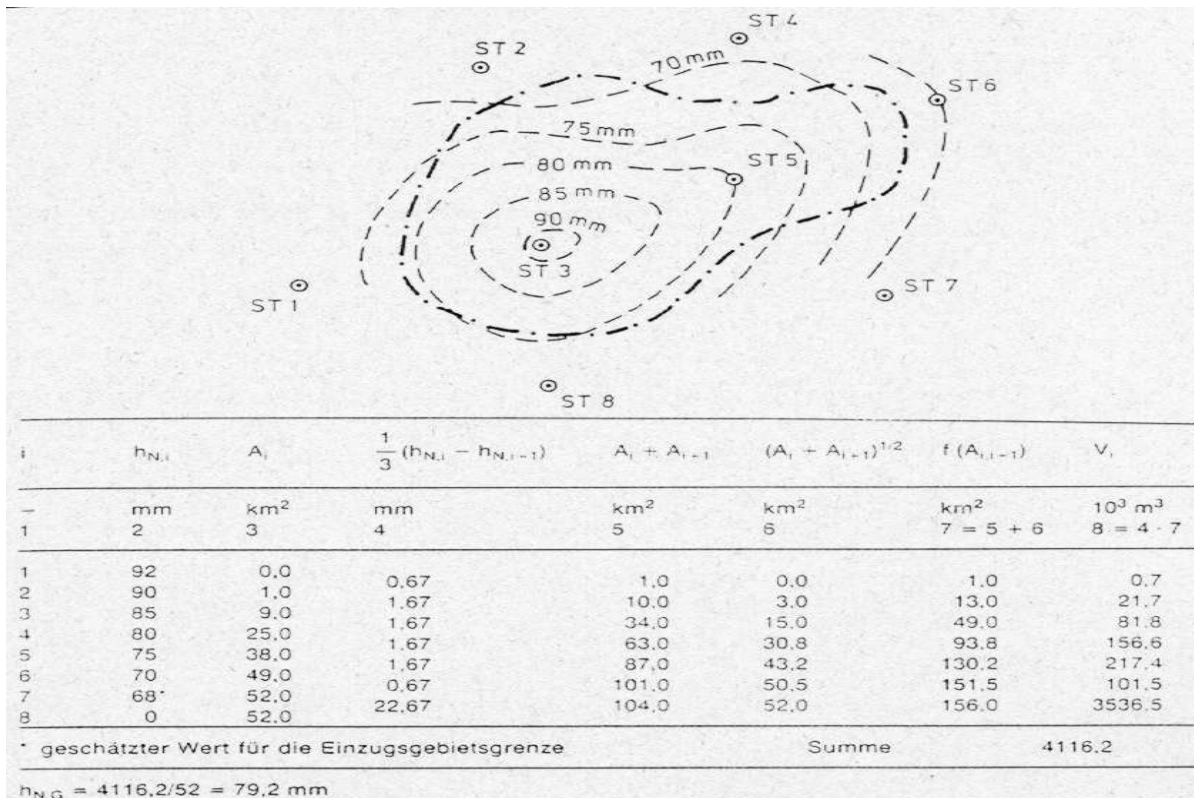


Abb. 29: Isohyetenmethode Bretschneider, Lecher, Schmidt (1993)

Extremniederschläge

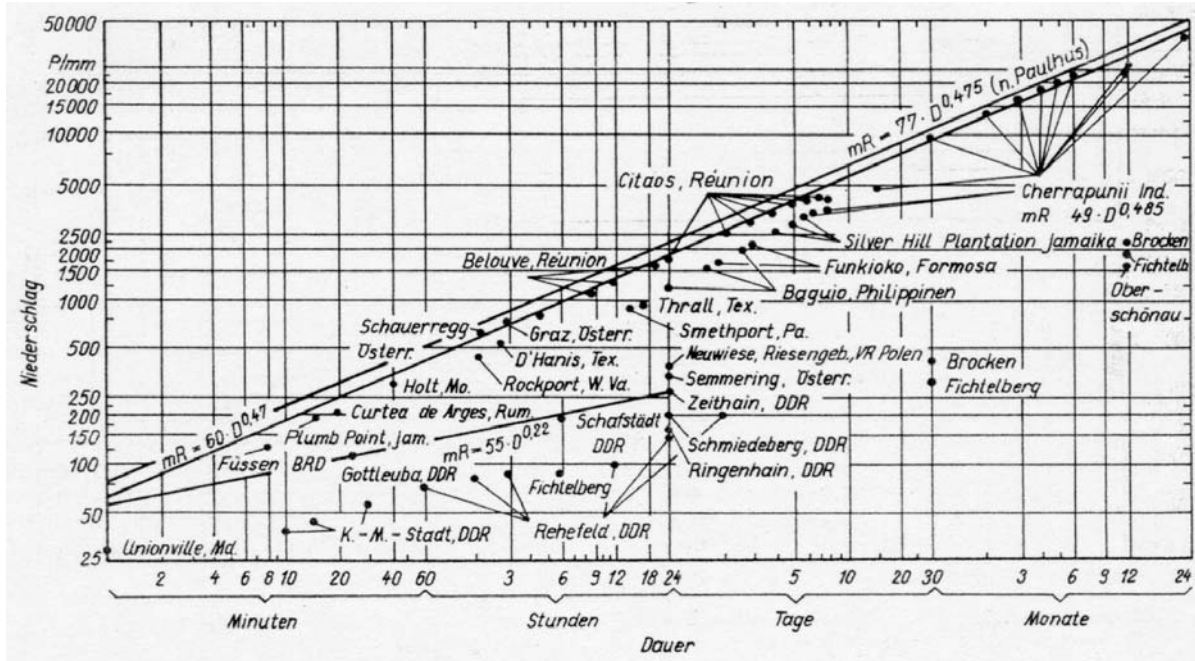


Abb. 30: Gegenüberstellung der größten beobachteten Starkregenwerte der Erde und der DDR DYCK & PESCHKE (1995)

### 4.3.2 Das KOSTRA-Verfahren

Falls Bemessungsniederschläge ermittelt werden müssen und für die Analyse der Starkniederschläge nicht die erforderlichen Niederschlagszeitreihen zur Verfügung stehen, wird auf eine Auswertung von Starkniederschlägen des DWD zurückgegriffen. In dem sogenannten KOSTRA-Atlas (KOordinierte STarkRegen Auswertung für die Bundesrepublik Deutschland) sind für ganz Deutschland Starkniederschläge in Form eines 8,45 km x 8,45 km Rasters (rund 5400 Felder, Abb. 32) gegeben. Diese digitalen Karten der Starkniederschläge wurden auf der Basis digitalisierter Analogregistrierungen der Niederschlagshöhe an mehreren Stationen und täglicher Messungen der Niederschlagshöhe an einer Vielzahl von Stationen ermitteltem Auswertungen von Starkniederschlagshöhen auf die Fläche übertragen.

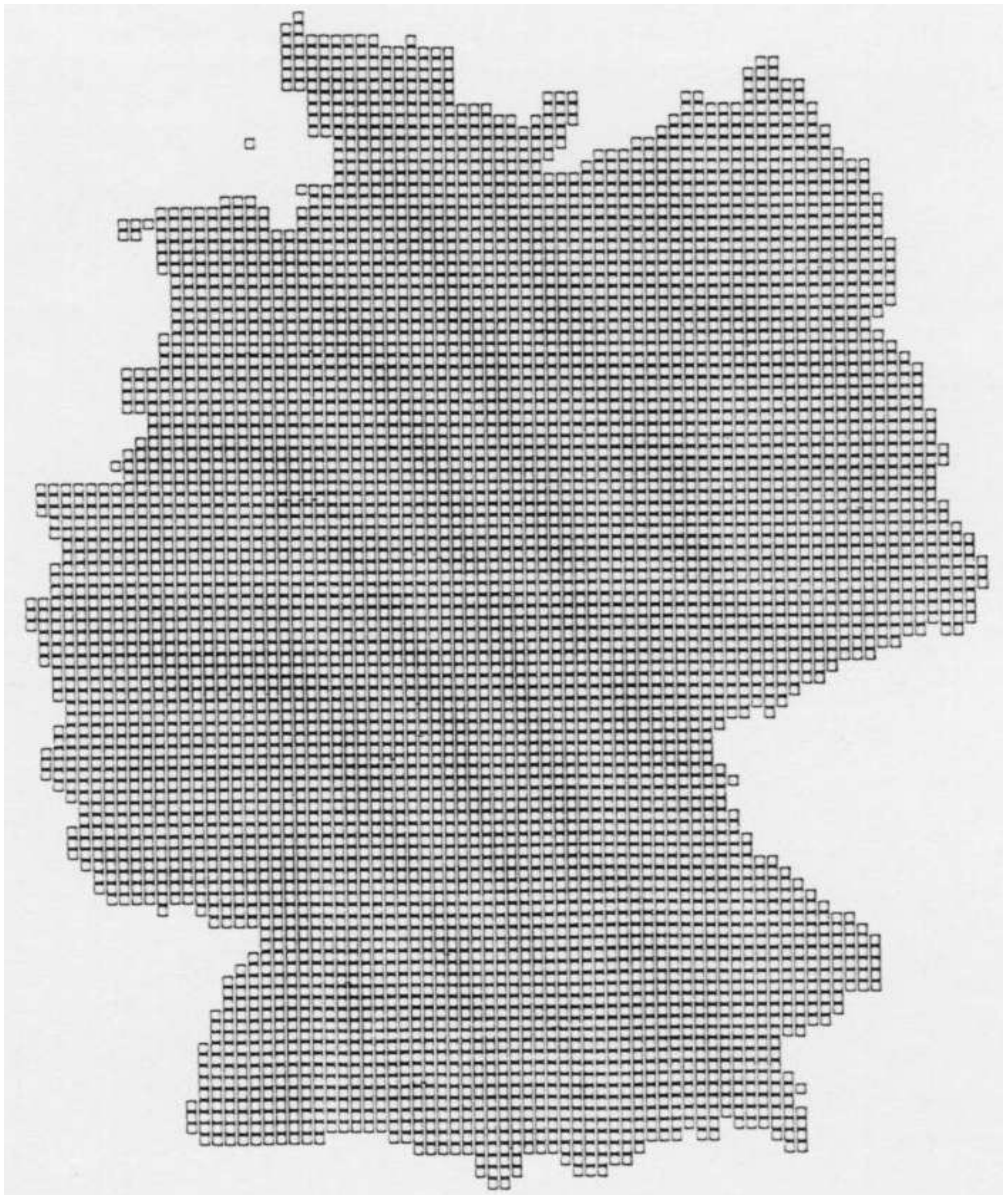


Abb. 31: Rasterfelder im KOSTRA - Atlas (DWD (1997))

Jedem der Rasterfelder sind Niederschlagshöhen mit einer bestimmten Klassenbreite zugeordnet. Durch die Klassenbreite ist dem Anwender die Möglichkeit gegeben, die vor allem in stark gegliederten Gelände anzutreffenden Unsicherheiten zu berücksichtigen. Die Entscheidung, welche Werte innerhalb der Klassengrenzen für die Berechnung herangezogen werden, trifft der Anwender mit Blick auf lokale Gegebenheiten des Zielortes.

Diese Karten sind für verschiedene Niederschlagsdauern (z.B.  $D=15\text{min}$ ,  $D=60\text{min}$ ,  $D=12\text{h}$ ,  $D=24\text{h}$  und  $D=72\text{h}$ ) und mindestens zwei Wiederkehrzeiten ( $T=1\text{a}$  und z.B.  $T=100\text{a}$ ) gegeben. Ausgehend von diesen Karten können für jeden Zielort die Bemessungsniederschläge für die gewünschte Dauer und Wiederkehrzeit ermittelt werden. Falls die gewünschte Kombination von Dauer und Wiederkehrzeit nicht als Karte dargestellt ist, können die gesuchten Werte interpoliert bzw. extrapoliert werden. Das Verfahren hierfür ist im Atlas dargestellt: **H. Bartels et al. (1997): Starkniederschlagshöhen für Deutschland (KOSTRA-Atlas). Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes, Offenbach am Main.**

In Abb. 32 ist die Verteilung der Starkniederschläge für Deutschland exemplarisch (Dauerstufe  $D = 15\text{min}$ , Wiederkehrintervall  $T = 100\text{a}$ , Zeitraum Mai-Sept.) dargestellt.

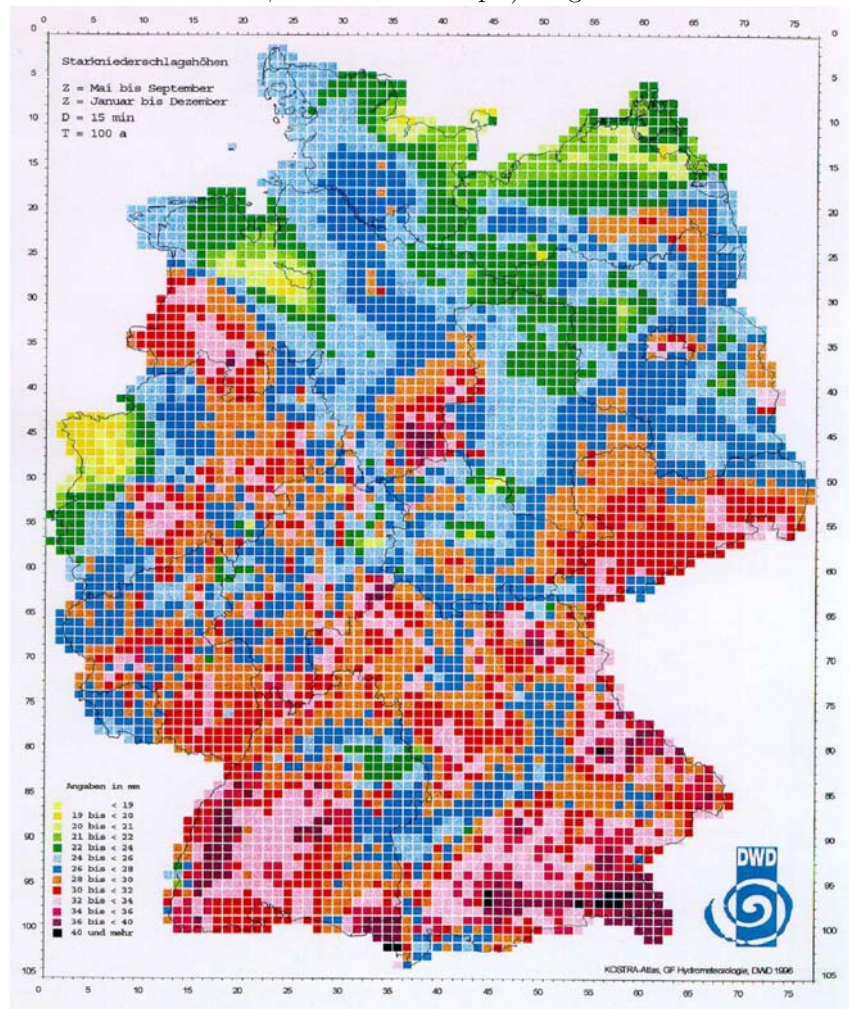


Abb. 32: Verteilung der Starkniederschläge (für  $D = 15\text{min}$ ;  $T_D = 100\text{a}$ ;  $Z = \text{Mai} - \text{September}$ . aus: KOSTRA-Atlas (DWD (1997))

Mit Hilfe des erwähnten Inter-/Extrapolationsverfahrens werden die Starkniederschlagshöhen in Abhängigkeit von Niederschlagsdauer und Überschreitungshäufigkeit berechnet. Ein Beispiel für eine komplette

punktueller Starkniederschlagsauswertung stellt Tabelle 4 dar. Der Inhalt einer Starkniederschlagstabelle kann auch graphisch in Form von Niederschlagshöhen-Dauer-Linien (Abb. 34) und Niederschlagshöhen-Häufigkeits-Linien (Abb. 35/36) dargestellt werden.

Zwischen der Niederschlagshöhe  $h_N(D, T_N)$ , angegeben in mm, und der Niederschlagsspende  $R_N(D, T_N)$ , angegeben in l/(s.ha) besteht ein funktionaler Zusammenhang:

$$R_N(D, T) = F(D) \cdot h_N(D, T_N)$$

mit Umrechnungsfaktor  $F(D) = (166,66/D)$ .

**Wichtig:** Die im KOSTRA-Atlas gegebenen Werte beruhen auf Punktmessungen und stellen keinen Mittelwert für die gesamte Rasterfläche dar. Für die Ermittlung von Gebietsniederschlägen gelten die üblichen Methoden: räumliche Interpolation bei Vorlage mehrerer Stationen oder Abminderungsfaktor bei Vorlage von nur einer Station.

T	Niederschlagshöhen $h_N$ (in mm) in Abhängigkeit von Niederschlagsdauer D und Wiederkehrzeit T								u(D)	w(D)	Faktor F(D)
	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	20,0	50,0	100,5			
D	$h_N$	$h_N$	$h_N$	$h_N$	$h_N$	$h_N$	$h_N$	$h_N$			
5min	5,4	7,1	8,8	11,0	12,7	14,4	16,6	18,3	7,1	2,422	33,333
10min	6,7	9,0	11,2	14,2	16,5	18,7	21,7	23,9	9,0	3,241	16,667
15min	7,6	10,3	13,0	16,5	19,2	21,8	25,3	28,0	10,3	13,844	11,111
20min	8,3	11,3	14,4	18,3	21,3	24,3	28,3	31,3	11,3	4,338	8,333
30min	9,4	13,0	16,6	21,3	24,8	28,4	33,1	36,7	13,0	5,144	5,556
45min	10,7	14,9	19,1	24,7	28,9	33,2	38,8	43,0	14,9	6,010	3,704
60min	11,6	16,4	21,2	27,5	32,2	37,0	43,3	48,1	16,4	6,884	2,778
90min	13,0	18,3	23,7	30,8	36,1	41,5	48,6	53,9	18,3	7,728	1,852
2h	14,0	19,8	25,6	33,3	39,1	45,0	52,6	58,5	19,8	8,388	1,389
3h	15,6	22,2	28,7	37,3	43,8	50,4	59,0	65,5	22,2	9,417	0,926
4h	16,9	24,0	31,1	40,4	47,5	54,6	64,0	71,1	24,0	10,222	0,694
6h	18,8	26,8	34,7	45,3	53,2	61,2	71,7	79,6	26,8	11,476	0,463
9h	21,0	29,9	38,9	50,7	59,6	68,5	80,3	89,3	29,9	12,883	0,309
12h	22,7	32,4	42,1	54,9	64,4	74,3	87,1	96,8	32,4	13,984	0,231
18h	24,5	35,8	47,1	62,0	73,4	84,7	99,6	110,9	35,8	16,323	0,154
24h	25,9	38,4	50,8	67,3	79,8	92,3	108,7	121,2	38,4	17,983	0,116
48h	30,2	45,5	60,7	80,8	96,1	111,3	131,5	146,7	45,5	21,982	0,058
72h	33,3	50,2	67,1	89,3	106,2	123,1	145,3	162,2	50,2	24,321	0,039

Tab.4: Niederschlagshöhen an einem Beispielort für die Zeitspanne Jahr (Basiszeitraum 1951 bis 1980) (DWD(1995))



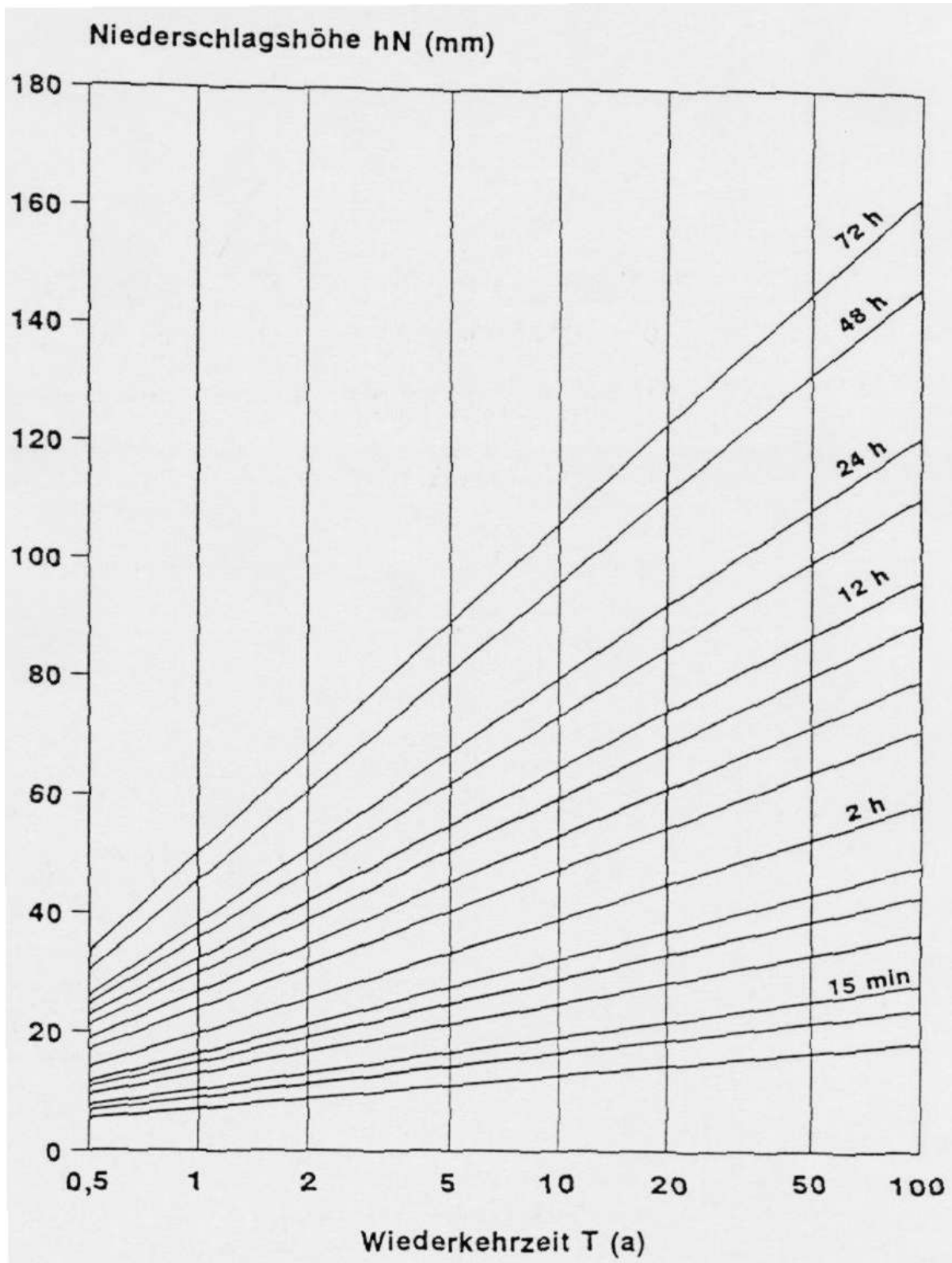


Abb. 34: Niederschlagshöhen-Dauer-Linien für einen Beispielort (DWD(1995))

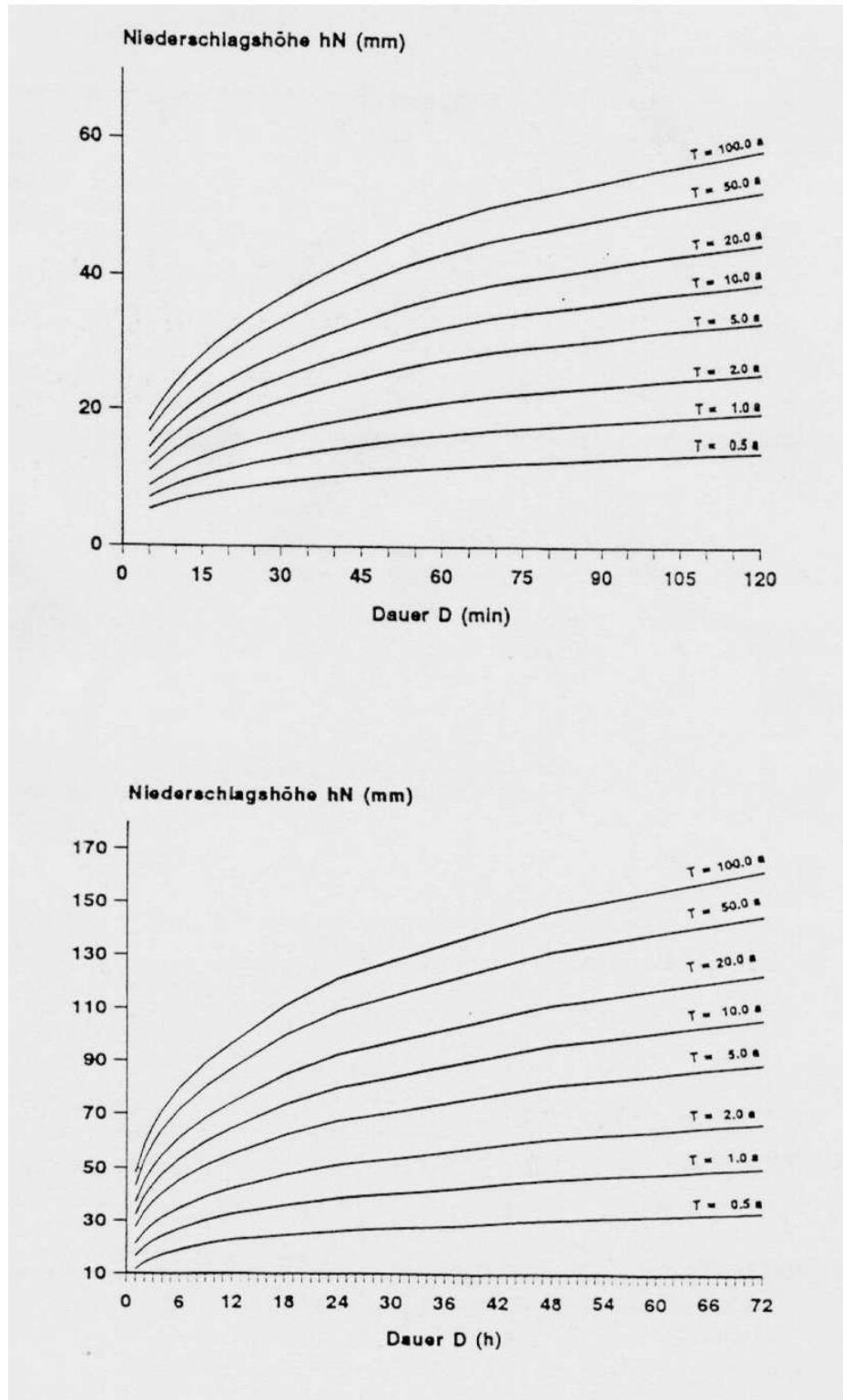


Abb. 35/36: Niederschlagshöhen-Häufigkeits-Linien für einen Beispielort (DWD (1995))

### 4.3.3 Niederschlagsintensitäts - Dauer - Häufigkeits - Kurven

Bei großen Niederschlagsereignissen stellt sich oftmals die Frage nach der Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens, d.h. man möchte wissen, wie oft im Jahr man mit einem Niederschlag dieser Intensität und Dauer statistisch(!) zu rechnen hat. Ebenso ist auch oftmals von Interesse, wie groß ein Niederschlagsereignis mit einer bestimmten Auftretenswahrscheinlichkeit ist. Solch einer Einordnung von Niederschlägen bestimmter Größe bezüglich ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit dienen sogenannte Intensitäts - Dauer - Häufigkeits - Kurven. Sie lassen sich aus Aufzeichnungen jährlicher Niederschlagsmaxima von Regen unterschiedlicher Dauer unter Anwendung der Extremwertstatistik ermitteln.

#### Überschreitungswahrscheinlichkeit und Wiederkehrintervall

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis  $x_i$ , z.B. die Niederschlagshöhe eines Starkregens oder ein Hochwasserabfluß, einen Wert  $x_T$  erreicht oder überschreitet (die sogenannte Überschreitungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{u}}$  steht in folgender Beziehung zum Wiederkehrintervall T:

$$P_{\bar{u}} = 1/T$$

Das Wiederkehrintervall T gibt dabei die Zeit an, die im Durchschnitt zwischen zwei Ereignissen  $x_i$  entsprechender Größe verstreicht.

Die Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $p_u$  definiert sich zu:

$$P_u = 1 - P_{\bar{u}} = 1 - 1/T$$

#### Allgemeine Vorgehensweise zur Aufstellung von IDH - Kurven

Aus langjährigen Niederschlagsaufzeichnungen werden die jährlichen Niederschlagsmaxima für Regen unterschiedlicher Dauer ermittelt. Sämtliche Werte einer jeden Dauer stellen nun jeweils eine Stichprobe mit einer bestimmten empirischen Häufigkeitsverteilung dar. Um nun auch Aussagen über Niederschlagsmengen hoher Wiederkehrintervalle (z. B. T = 100 Jahre) zu ermöglichen, ist es notwendig, über den durch die Stichprobe gegebenen Bereich hinaus zu extrapolieren. Hierzu schließt man von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit, indem man eine geeignete theoretische Verteilung der Stichprobe möglichst gut anpaßt. Nach erfolgter Anpassung kann auf gewünschte Wiederkehrintervalle extrapoliert und somit die Niederschlagsintensitäts - Dauer - Häufigkeits - Kurve ermittelt werden.

#### Anpassung

Die Anpassung der theoretischen Verteilung an die Stichprobe kann auf zweierlei Arten durchgeführt werden:

##### a) Empirische (graphische) Anpassung

In ein Wahrscheinlichkeitsnetz, dessen Achsen so verzerrt sind, dass die jeweilige Verteilung sich als Gerade darstellt, werden die Stichprobenwerte entsprechend ihrer empirischen Wahrscheinlichkeit eingetragen. Als Verteilung kann nun die Gerade eingezeichnet werden, die die Punkte am besten repräsentiert. Dies kann auf graphischem Wege oder analytisch durch Regression (Methode der kleinsten Fehlerquadrate) geschehen.

Zur Berechnung der empirischen Wahrscheinlichkeit werden sogenannte Plotting - Formeln verwendet. Die wegen ihrer einfachen Form gebräuchlichste ist die Weibull - Formel:

$$P_{\bar{u}} = \frac{m}{n + 1}$$

mit: -  $P_{\bar{u}}$  = empirische Überschreitungswahrscheinlichkeit

- m =Rangzahl der nach der Größe geordneten Werte (größter Wert: m = 1)
- n = Anzahl der Werte

### b) Mathematisch (analytische) Anpassung

Das Wesen der mathematischen Anpassung besteht darin, aus der vorhandenen Stichprobe (hier: die jährlichen Niederschlagsmaxima) die Parameter einer analytischen Verteilungsfunktion abzuschätzen und der gewählten Verteilungsfunktion zugrunde zu legen. Die Parameterschätzung geschieht in der Regel nach der Momentenmethode, d.h. es werden Mittelwert, Standardabweichung und bei dreiparametrischen Verteilungen auch die Schiefe aus den ersten Momenten der Stichprobe abgeleitet.

#### Extrapolation

Nach erfolgter Anpassung lassen sich Ereignisse  $x_T$  berechnen, die zur Überschreitungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{u}} = 1/T$  gehören:

$$\int_{-\infty}^{x_T} f(x) dx = 1 - P_{\bar{u}} = F(x_T) = 1 - 1/T$$

mit:

- $f(x)$  - Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der theoretischen Verteilung
- $F(x)$  - theoretische Verteilungsfunktion

Die Größe  $x_T$  hängt also neben der Überschreitungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{u}}$  bzw. dem Wiederkehrintervall  $T$  auch von den Parametern der Verteilungsfunktion ab. Diese Gleichung ist nur für wenige Verteilungsfunktionen nach  $x_T$  auflösbar; die wichtigsten Verteilungen sind jedoch in Tabellen ausgewertet. Durch die Verwendung der normierten Variablen

$$z = \frac{x_T - \bar{x}}{s_x}$$

mit  $\bar{x}$  als Mittelwert und  $s_x$  als Standardabweichung der Stichprobe sind die Tabellen allgemeiner verwendbar. Diese verteilungsspezifischen Variablen werden allgemein als Häufigkeitsfaktoren bezeichnet.

Mit den tabellierten Werten  $k=k$  ( $T$ , Verteilungsparameter) kann die Zufallsvariable  $x_i$  einer hydrologischen Reihe stochastisch unabhängiger Ereignisse somit ausgedrückt werden durch die allgemeine Gleichung für hydrologische Häufigkeitsanalysen:

$$x_T = \bar{x} + z \cdot s_x$$

Für die Normalverteilung haben die Häufigkeitsfaktoren in Abhängigkeit vom Wiederkehrintervall folgende Werte:

$P_{\bar{u}}(-)$	0.5	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
$T$ (a)	2	5	10	20	50	100
$z$ (-)	0.00	0.84	1.28	1.65	2.05	2.33

#### Wahl der theoretischen Verteilung

Da jährliche Extremwerte hydrologischer Variablen (Niederschlag, Abfluß in der Regel logarithmisch verteilt sind, eignet sich die Log - Normal - Verteilung sehr gut zur Anpassung an die empirische Häufigkeitsverteilung. Bei dieser Verteilung sind die Logarithmen der Variablen normal verteilt.

## Beispiel Niederschlagszeitreihe

Jahr	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
$x_m(mm)$	41.4	25.5	22.5	16.6	47.0	17.0	36.0	36.5	17.5	40.6	26.0

Tab. 5: Jährliche Niederschlagsmaxima  $x_m$  der Dauer  $D = 1h$ 

Rangfolge	Rang	Überschreitungs- wahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}(x_m) = m/(n+1)$	Unterschreitungs- wahrscheinlichkeit $P_u(x_m) = 1 - P_{\bar{u}} = F(x_m)$	Jährlichkeit $T = 1/P_{\bar{u}}(x_m)$	$\log(x_m)$
47,0	1	0,08	0,92	12,0	1,672
41,4	2	0,17	0,83	6,0	1,617
40,6	3	0,25	0,75	4,0	1,609
36,5	4	0,33	0,67	3,0	1,562
36,0	5	0,42	0,58	2,4	1,556
26,0	6	0,50	0,50	2,0	1,415
25,5	7	0,58	0,42	1,7	1,407
22,5	8	0,67	0,33	1,5	1,352
17,5	9	0,75	0,25	1,3	1,243
17,0	10	0,83	0,17	1,2	1,230
16,6	11	0,92	0,08	1,1	1,220

Tab. 6: Ermittlung von empirischer Über-, Unterschreitungswahrscheinlichkeit und Jährlichkeit

arithmetisches Mittel  $\log(\bar{x}_m) = 1,444$ Standardabweichung  $s_{\log(x_m)} = 0,168$

Rang m	$P_{ii} = m/(n+1)$	10 min	20min	30min	1h	2h	3h	6h	12h
1	0.083	40.6	40.6	40.6	47.0	52.0	59.0	99.4	122.0
2	0.167	17.0	29.0	36.5	41.4	50.0	53.5	62.0	62.5
3	0.250	15.0	22.0	35.0	40.0	49.0	52.5	62.0	62.0
4	0.333	14.0	21.0	24.0	36.5	46.2	49.0	54.0	57.5
5	0.417	13.5	20.0	22.5	36.0	45.5	48.8	52.4	52.4
6	0.500	12.5	20.0	21.7	26.0	31.2	38.0	49.0	45.0
7	0.583	12.0	17.5	21.0	25.5	31.2	35.2	39.6	42.4
8	0.667	11.0	17.5	17.5	22.5	23.9	33.5	37.5	39.2
9	0.750	11.0	15.0	16.0	17.5	22.2	27.6	33.4	34.8
10	0.833	9.0	12.8	15.0	17.0	22.0	24.0	24.6	27.3
11	0.917	5.0	6.7	12.0	16.6	17.0	17.0	24.5	24.5
$N$		14.6	20.19	23.87	29.69	35.47	39.83	48.99	51.78
$\log(N)$		1.1094	1.2666	1.3475	1.4440	1.5194	1.5728	1.6550	1.6722
$N_{\log}$		12.86	18.48	22.26	27.79	33.07	37.39	45.19	47.01
$s_{\log}$		0.2175	0.1988	0.1699	0.1681	0.1750	0.1694	0.1826	0.1930
$N_{100}$		41.32	53.68	55.38	68.47	84.57	92.80	120.38	132.43

Tab. 7: Jährliche Niederschlagsmaxima unterschiedlicher Dauer

T	Intensität	10min	20min	30min	1h	2h	3h	6h	12h
2 Jahre	mm	12,86	18,48	22,26	27,80	33,07	37,39	45,19	47,01
	mm/h	77,03	55,48	44,52	27,80	16,53	12,46	7,53	3,92
5 Jahre	mm								
	mm/h								
10 Jahre	mm								
	mm/h								
20 Jahre	mm								
	mm/h								
50 Jahre	mm								
	mm/h								
100 Jahre	mm	41,32	53,68	55,38	68,50	84,56	92,79	120,35	132,40
	mm/h	247,43	161,20	110,76	68,50	42,28	30,93	20,06	11,03

Tab. 8: Extrapolierte Niederschläge und Intensitäten

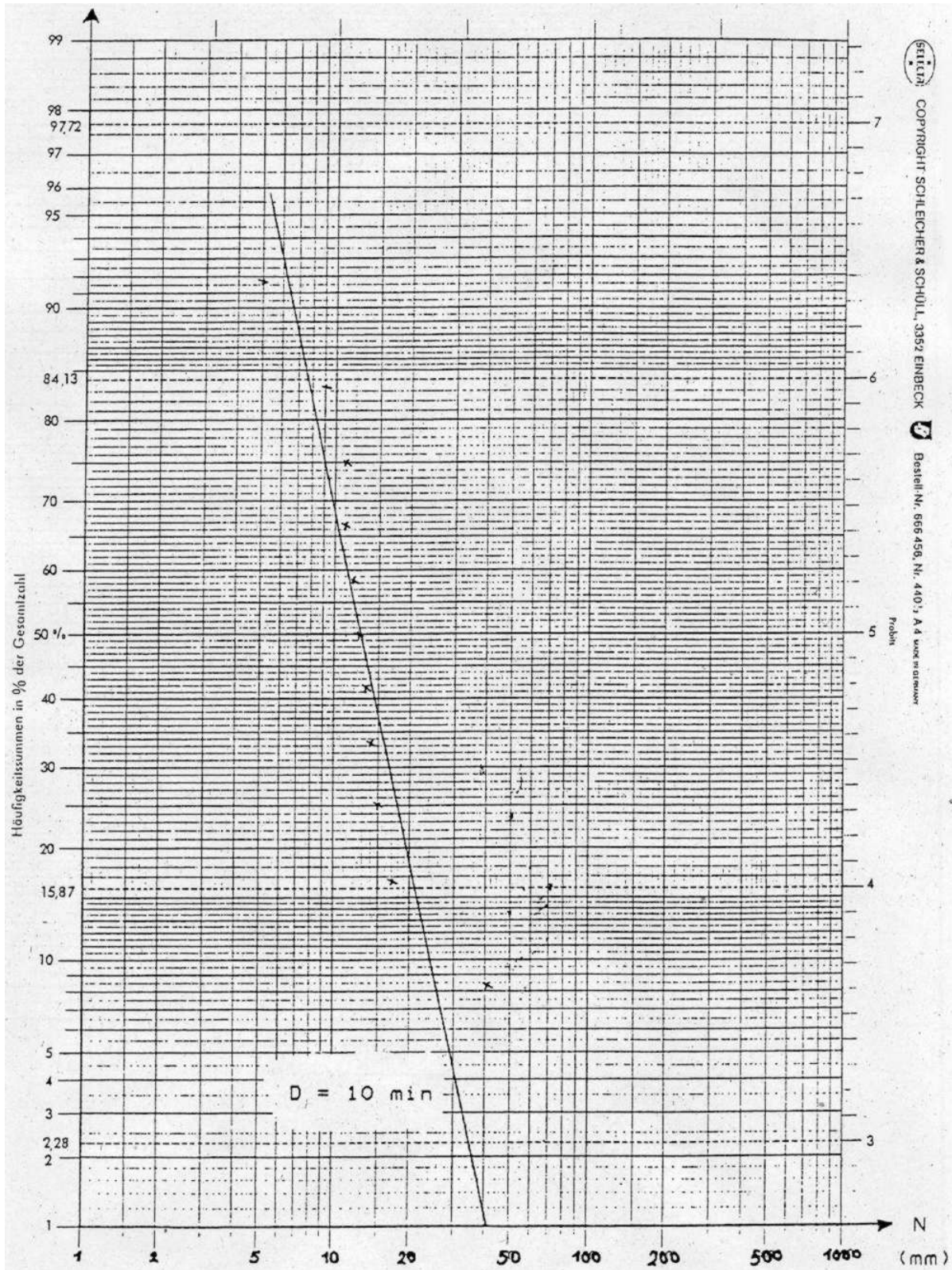


Abb. 37: Anpassung der Log-Normalverteilung am Beispiel der 10-Minuten-Werte

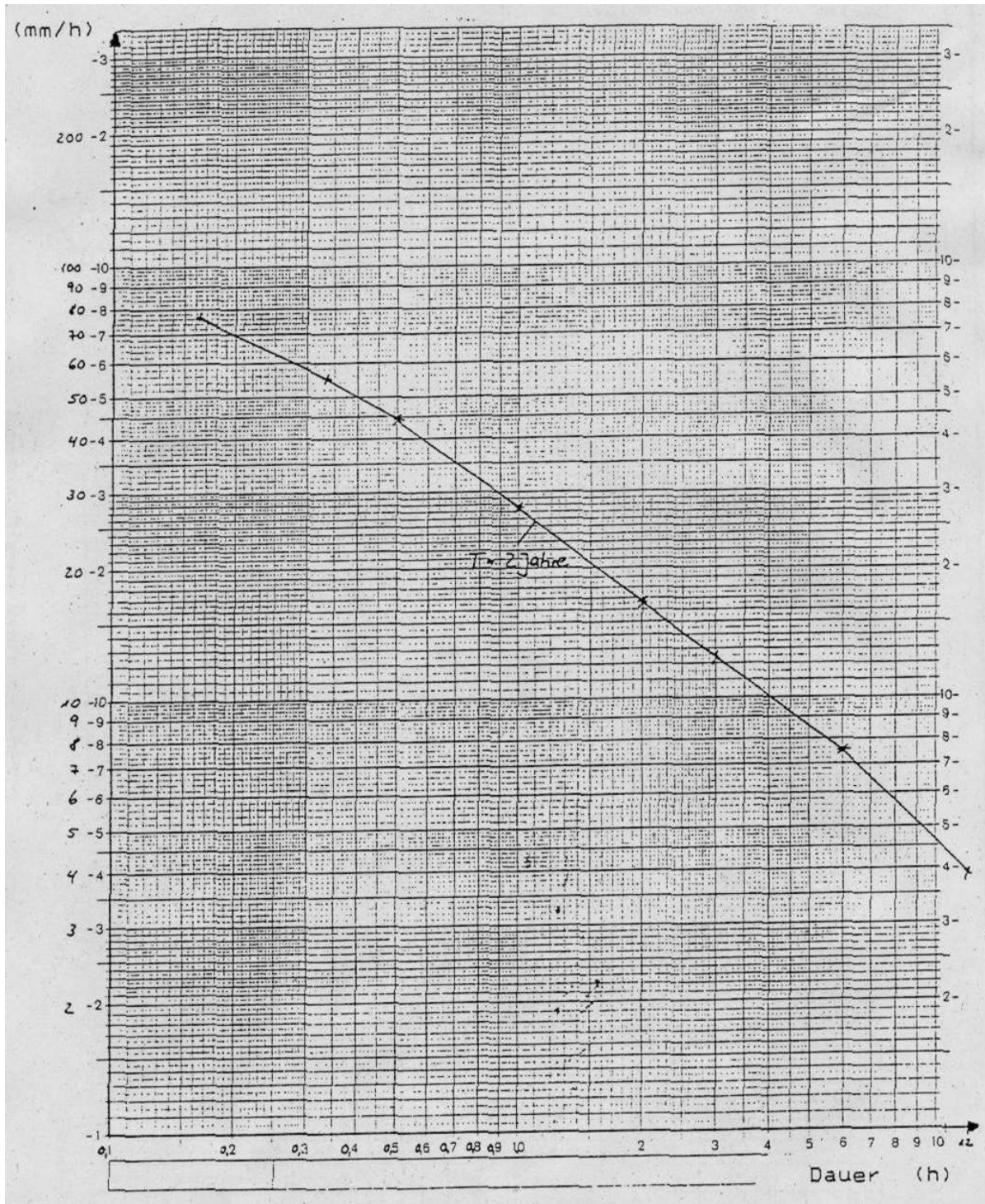


Abb. 38: Intensitäts-Dauer-Häufigkeitskurven



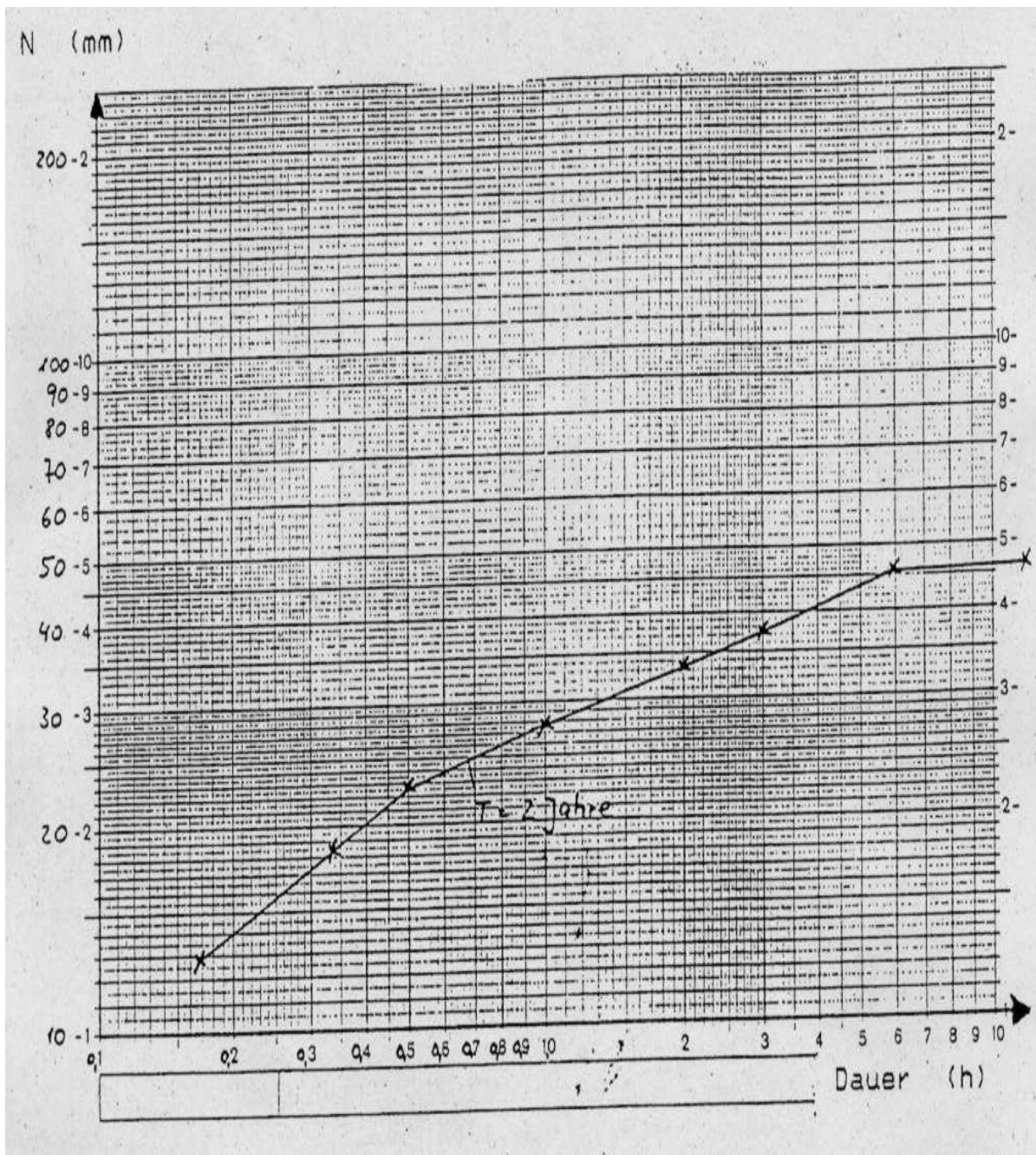
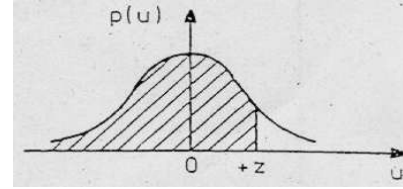


Abb. 39: Niederschlagshöhe-Dauer-Häufigkeits-Kurven

Integralwerte der standardisierten NORMAL - Verteilung (Wahrscheinlichkeit)

$$P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+z} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$



z	P(z)	z	P(z)	z	P(z)	z	P(z)
-4,00	0,00003	-1,20	0,1151	0,04	0,5160	1,28	0,8997
-3,75	0,00009	-1,16	0,1230	0,08	0,5319	1,32	0,9066
-3,50	0,00023	-1,12	0,1314	0,12	0,5478	1,36	0,9131
-3,40	0,0003	-1,80	0,1401	0,16	0,5636	1,40	0,9192
-3,30	0,0005	-1,04	0,1492	0,20	0,5793	1,44	0,9251
-3,20	0,0007	-1,00	0,1587	0,24	0,5948	1,48	0,9306
-3,10	0,0010	-0,96	0,1685	0,28	0,6103	1,52	0,9357
-3,00	0,0014	-0,92	0,1788	0,32	0,6255	1,56	0,9406
-2,90	0,0019	-0,88	0,1894	0,36	0,6406	1,60	0,9452
-2,80	0,0026	-0,84	0,2005	0,40	0,6554	1,70	0,9554
-2,70	0,0035	-0,80	0,2119	0,44	0,6700	1,80	0,9641
-2,60	0,0047	-0,76	0,2236	0,48	0,6844	1,90	0,9713
-2,50	0,0062	-0,72	0,2358	0,52	0,6985	2,00	0,9773
-2,40	0,0082	-0,68	0,2483	0,56	0,7123	2,10	0,9821
-2,30	0,0107	-0,64	0,2611	0,60	0,7257	2,20	0,9861
-2,20	0,0139	-0,60	0,2743	0,64	0,7389	2,30	0,9893
-2,10	0,0179	-0,56	0,2877	0,68	0,7517	2,40	0,9918
-2,00	0,0228	-0,52	0,3015	0,72	0,7642	2,50	0,9938
-1,90	0,0287	-0,48	0,3156	0,76	0,7764	2,60	0,9953
-1,80	0,0359	-0,44	0,3300	0,80	0,7881	2,70	0,9965
-1,70	0,0446	-0,40	0,3446	0,84	0,7995	2,80	0,9974
-1,60	0,0548	-0,36	0,3594	0,88	0,8106	2,90	0,9981
-1,56	0,0594	-0,32	0,3745	0,92	0,8212	3,00	0,9987
-1,52	0,0643	-0,28	0,3897	0,96	0,8315	3,10	0,9990
-1,48	0,0694	-0,24	0,4052	1,00	0,8413	3,20	0,9993
-1,44	0,0749	-0,20	0,4207	1,04	0,8508	3,30	0,9995
-1,40	0,0808	-0,16	0,4364	1,08	0,8599	3,40	0,9997
-1,36	0,0869	-0,12	0,4522	1,12	0,8686	3,50	0,99977
-1,32	0,0934	-0,08	0,4681	1,16	0,8770	3,60	0,99984
-1,28	0,1003	-0,04	0,4840	1,20	0,8849	3,75	0,99991
-1,24	0,1075	-0,00	0,5000	1,24	0,8925	4,00	0,99997
z	P(z)%	z	P(z)%	z	P(z)%		
0,000	50,00	2,054	98,00	3,090	99,9000		
0,253	60,00	2,326	99,00	3,540	99,9800		
0,524	70,00	2,576	99,00	3,719	99,9900		
0,842	80,00	2,652	99,60	4,265	99,9990		
1,282	90,00	2,878	99,80	4,753	99,9999		
1,645	95,00						
1,960	97,50						

Tab. 9: Integralwerte der standardisierten Normal - Verteilung



# Kapitel 5

## Verdunstung

### 5.1 Definition, Unterteilung in Komponenten

### 5.2 Physikalische Ursachen

### 5.3 Messung der Verdunstung

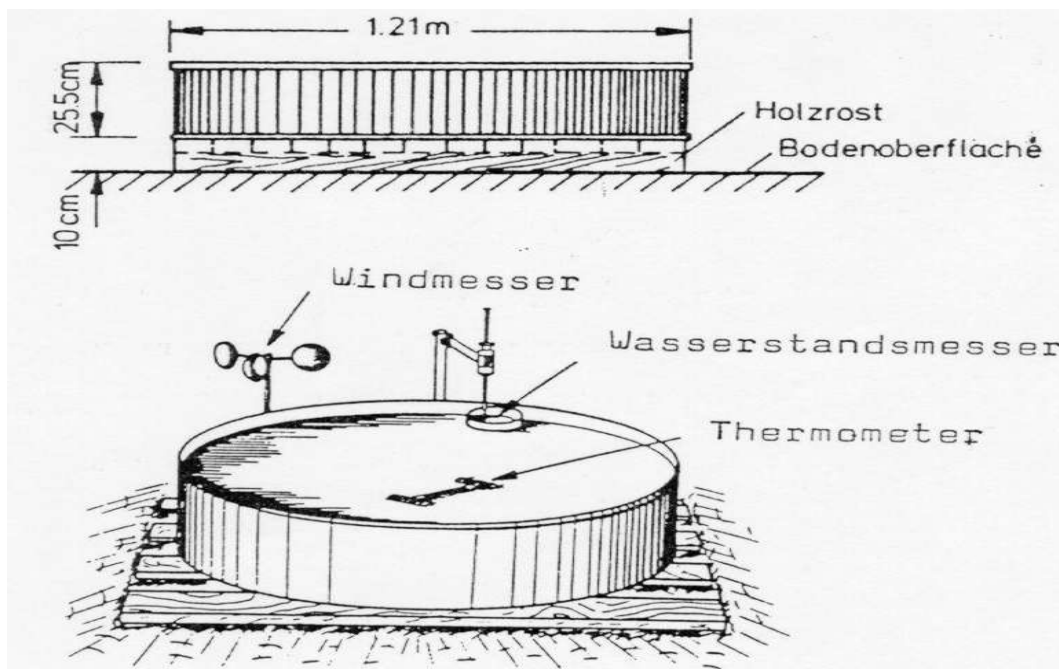


Abb. 40/41: Class A evaporation pan (aus HOLTORFF(1995))

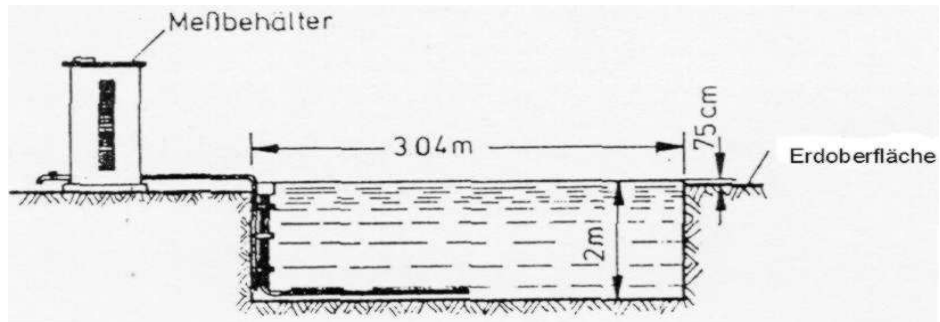


Abb. 42:  $20\text{m}^2$  Tank (aus HOLTORFF (1995))

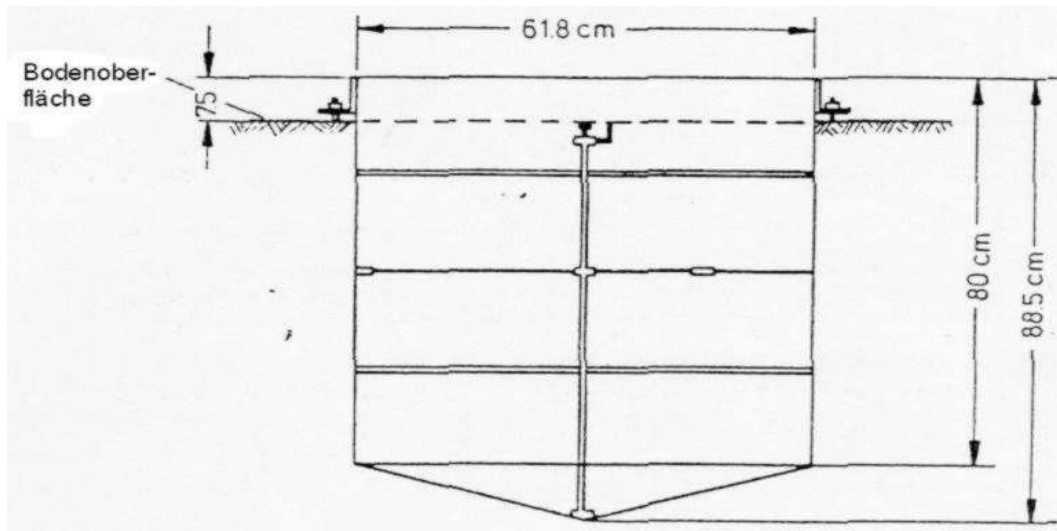


Abb. 43: GGI - 3000 - Kessel (aus HOLTORFF (1995))

Typ Land	A $m^2$	Tiefe (m)	Einbauart	Bemerkungen
GGJ 3000 UdSSR	0,3	0,6	im Boden versenkt	konischer Boden, max. Tiefe 61,8cm
20m <sup>2</sup> -Kessel UdSSR	20	2,0	im Boden versenkt	von der WMO als Eich- gerät empfohlen
class A pan USA	1,15	0,25	über dem Erdboden auf Lattenrost	weite Verbreitung

Tab. 10: Gebräuchliche Landverdunstungskessel (aus DYCK (1978))

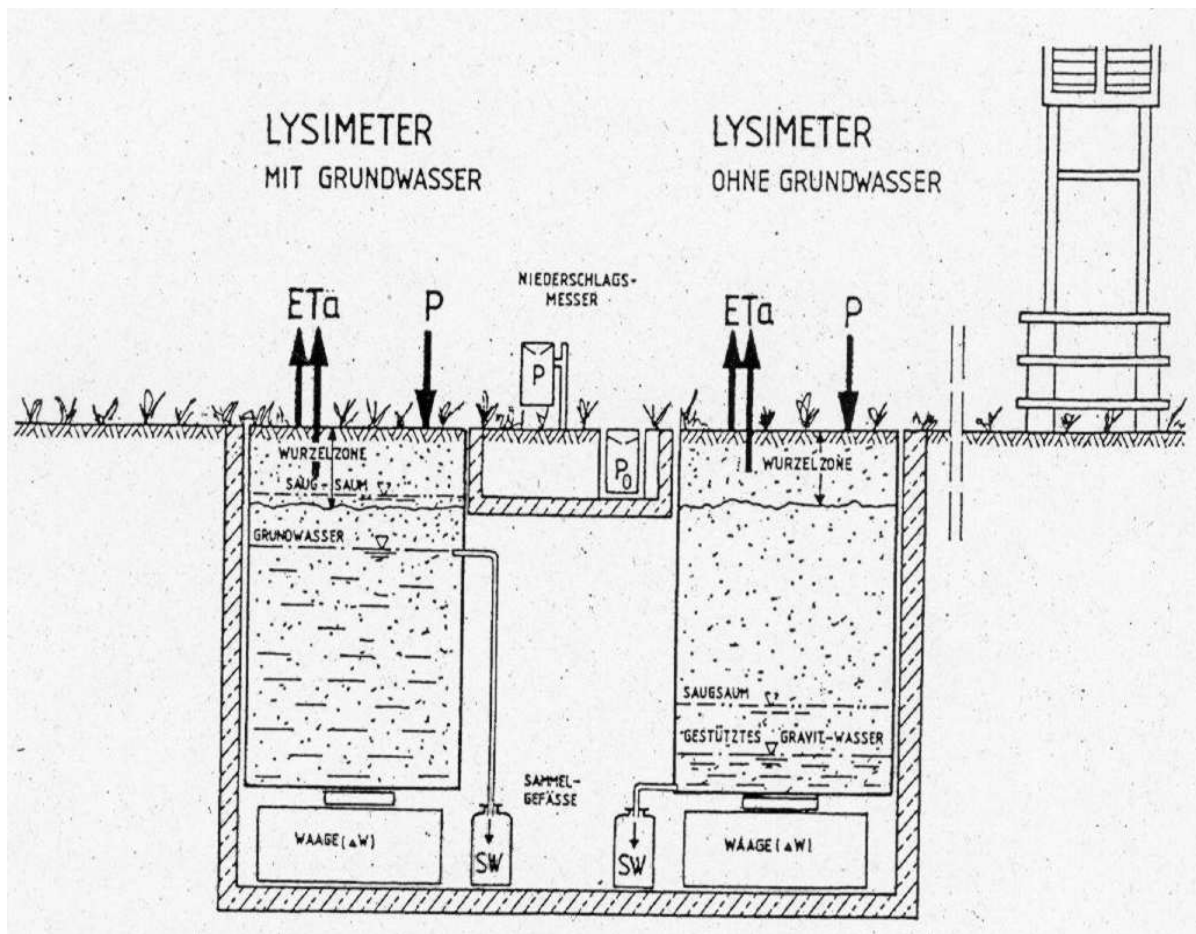


Abb. 44: Aufbau einer wägbaren Lysimeteranlage nach OLBRISCH (1975); Prinzipskizze für die Fälle mit und ohne Grundwasser (aus HOLTORFF (1995))

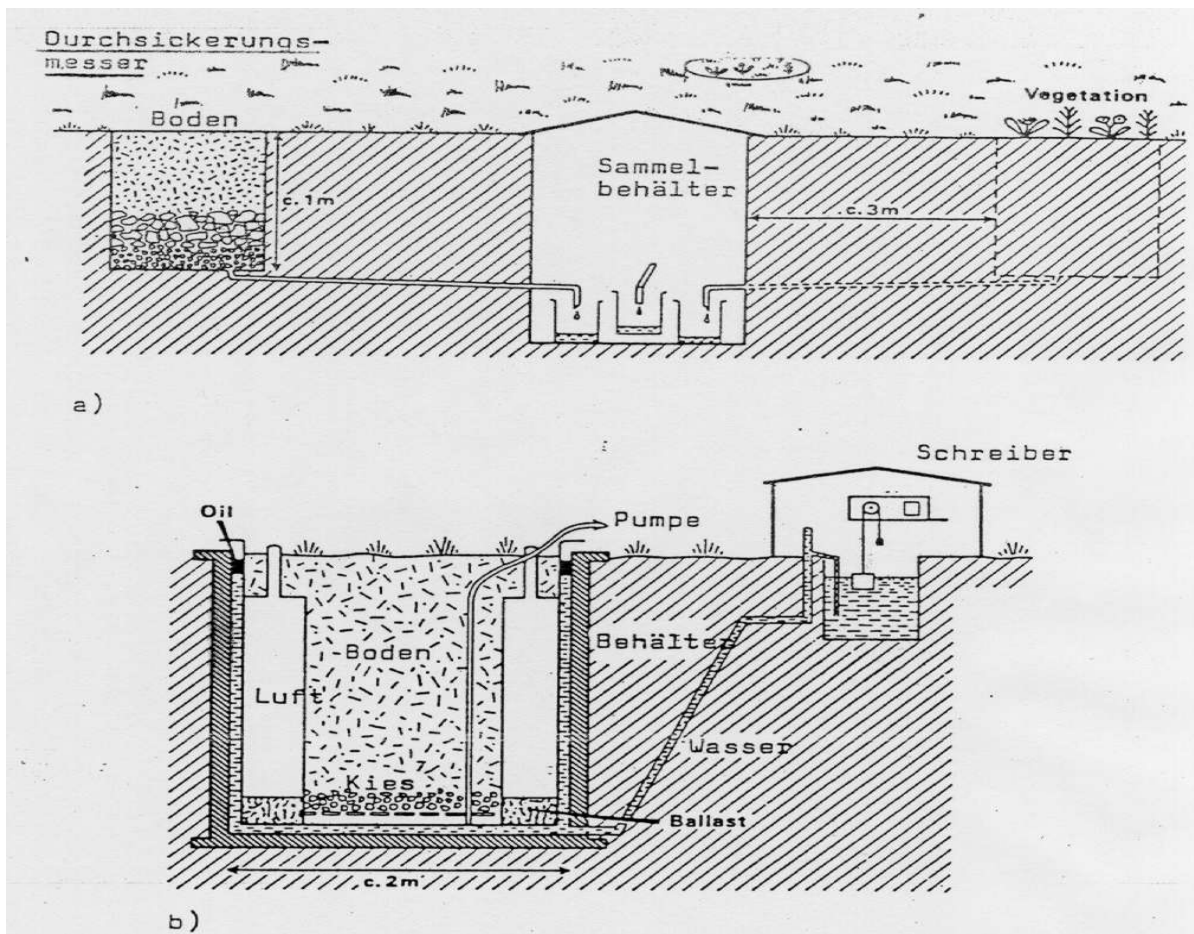
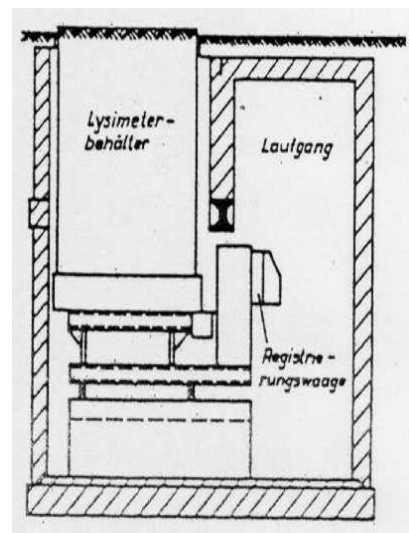


Abb. 45-47: Unterschiedliche Arten von Lysimetern

- a) Bestimmung der Durchsickerung
  - b) Bestimmung der Wasserverdrängung
  - c) Wiegen des Lysimeterbehälters
- (aus HOLTORFF(1995))





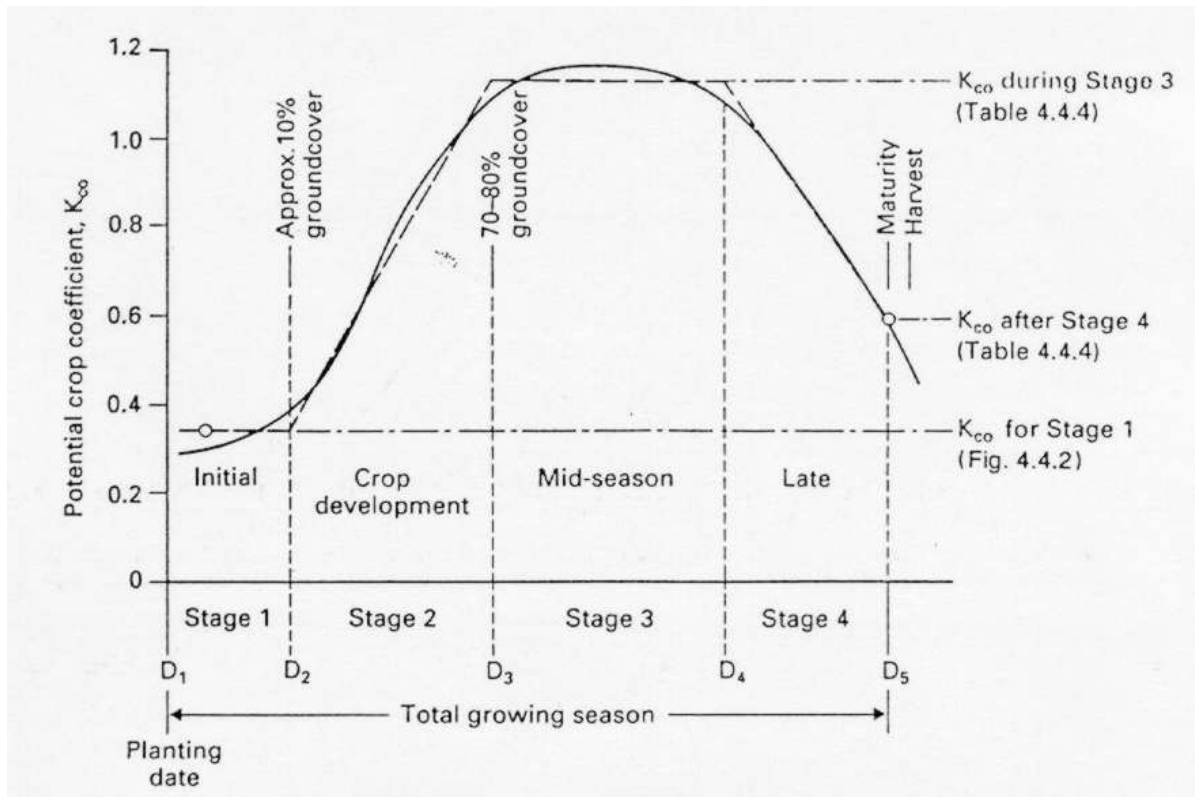


Abb. 48: Darstellung der saisonalen Veränderungen des Pflanzenkoeffizienten  $K_{co}$  für ein bewässertes Getreidefeld in den 4 Phasen einer Wachstumsperiode (Initial-, Entwicklungs-, Haupt- und Spätphase), definiert durch den Saattermin  $D_1$  und die Termine  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  und  $D_5$  (DOORENBOS & PRUITT, aus DINGMAN (1994))

	Prozentsatz der Wachstumsperiode der Pflanzen										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
Baumwolle	0,10	0,20	0,40	0,55	0,75	0,90	0,90	0,85	0,75	0,55	0,35
Bohnen	0,20	0,30	0,40	0,65	0,85	0,90	0,90	0,80	0,60	0,35	0,20
Erdnüsse	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,60	0,65	0,65	0,60	0,45	0,30
Gemüse, tiefwurzelnd	0,20	0,20	0,25	0,35	0,50	0,65	0,70	0,60	0,45	0,35	0,20
Gemüse, flachwurzelnd	0,10	0,20	0,40	0,50	0,60	0,60	0,60	0,55	0,45	0,35	0,30
Kartoffel	0,20	0,35	0,45	0,65	0,80	0,90	0,95	0,95	0,95	0,90	0,90
Klee	im Durchschnitt etwa 0,95 für max. Wachstum										
Luzerne	0,55	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,95	0,95	0,90	0,80	0,65
Mais	0,20	0,30	0,50	0,65	0,80	0,90	0,90	0,85	0,75	0,60	0,50
Obstbäume, laubabwerfend	0,20	0,30	0,50	0,65	0,70	0,75	0,70	0,60	0,50	0,40	0,20
Obstbäume, mit Deckfrucht DF	durchschnittlich etwa 1,0 bei raschem Wachstum der DF										
Pecannüsse	0,35	0,45	0,55	0,75	0,75	0,65	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30
Reis	0,80	0,98	1,05	1,15	1,20	1,30	1,30	1,20	1,10	1,90	1,50
Sommergetreide	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,55	0,75	0,85	0,90	0,90	0,30
Sorghum (Korn)	0,20	0,35	0,55	0,75	0,85	0,90	0,85	0,70	0,60	0,35	0,15
Walnüsse	0,30	0,35	0,55	0,70	0,75	0,75	0,75	0,65	0,55	0,30	0,15
Wein	0,15	0,15	0,20	0,35	0,45	0,55	0,55	0,45	0,35	0,25	0,20
Wintergetreide	0,15	0,25	0,35	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,90	0,30
Zitrus, Avocado	0,50	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,50	0,55	0,60	0,55	0,50
Zuckerrohr	0,55 bis 1,0 je nach Stadium u. Wachstumsgeschwindigkeit										
Zuckerrüben	0,25	0,45	0,60	0,70	0,80	0,85	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90

Abb. 49: Relation Pflanzenbestand - Verdunstungskessel (mit der Verdunstung von Class A Pan zu multiplizierender Koeffizient K)(aus PLATE (1980))

N	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
0	1,04	0,94	1,04	1,01	1,04	1,01	1,04	1,04	1,01	1,04	1,01	1,04
5	1,02	0,93	1,03	1,02	1,06	1,03	1,06	1,05	1,01	1,03	0,99	1,02
10	1,00	0,91	1,03	1,03	1,08	1,06	1,08	1,07	1,02	1,02	0,98	0,99
15	0,97	0,91	1,03	1,04	1,11	1,08	1,012	1,08	1,02	1,01	0,95	0,97
20	0,95	0,90	1,03	1,05	1,12	1,11	1,14	1,11	1,02	1,00	0,93	0,94
25	0,93	0,89	1,03	1,06	1,15	1,14	1,17	1,12	1,02	0,99	0,91	0,91
26	0,92	0,88	1,03	1,06	1,15	1,15	1,17	1,12	1,02	0,99	0,91	0,91
27	0,92	0,88	1,03	1,07	1,16	1,15	1,18	1,13	1,02	0,99	0,90	0,90
28	0,91	0,88	1,03	1,07	1,16	1,16	1,18	1,13	1,02	0,98	0,90	0,90
29	0,91	0,87	1,03	1,07	1,17	1,16	1,19	1,13	1,03	0,98	0,90	0,89
30	0,90	0,87	1,03	1,08	1,18	1,17	1,20	1,14	1,03	0,98	0,89	0,88
31	0,90	0,87	1,03	1,08	1,18	1,18	1,20	1,14	1,03	0,98	0,89	0,88
32	0,89	0,86	1,03	1,08	1,19	1,19	1,21	1,15	1,03	0,98	0,88	0,87
33	0,88	0,86	1,03	1,09	1,19	1,20	1,22	1,15	1,03	0,97	0,88	0,86
34	0,88	0,85	1,03	1,09	1,20	1,20	1,22	1,16	1,03	0,97	0,87	0,86
35	0,87	0,85	1,03	1,09	1,21	1,21	1,23	1,16	1,03	0,97	0,86	0,85
36	0,87	0,85	1,03	1,10	1,21	1,22	1,24	1,16	1,03	0,97	0,86	0,84
37	0,86	0,84	1,03	1,10	1,22	1,23	1,25	1,17	1,03	0,97	0,85	0,83
38	0,85	0,84	1,03	1,10	1,23	1,24	1,25	1,17	1,04	0,96	0,84	0,83
39	0,85	0,84	1,03	1,11	1,23	1,24	1,26	1,18	1,04	0,96	0,84	0,82
40	0,84	0,83	1,03	1,11	1,24	1,25	1,27	1,18	1,04	0,96	0,83	0,81
41	0,83	0,83	1,03	1,11	1,25	1,26	1,27	1,19	1,04	0,96	0,82	0,80
42	0,82	0,83	1,03	1,12	1,26	1,27	1,28	1,19	1,04	0,95	0,82	0,79
43	0,81	0,82	1,02	1,12	1,26	1,28	1,29	1,20	1,04	0,95	0,81	0,77
44	0,81	0,82	1,02	1,13	1,27	1,29	1,30	1,20	1,04	0,95	0,80	0,76
45	0,80	0,81	1,02	1,13	1,28	1,29	1,31	1,21	1,04	0,94	0,79	0,75
46	0,79	0,81	1,02	1,13	1,29	1,31	1,32	1,22	1,04	0,94	0,79	0,74
47	0,77	0,80	1,02	1,14	1,30	1,32	1,33	1,22	1,04	0,93	0,78	0,73
49	0,75	0,79	1,02	1,14	1,32	1,34	1,35	1,24	1,05	0,93	0,76	0,71
50	0,74	0,78	1,02	1,15	1,33	1,36	1,37	1,25	1,06	0,92	0,76	0,70
S												
5	1,06	0,95	1,04	1,00	1,02	0,99	1,02	1,03	1,00	1,05	1,03	1,06
10	1,08	0,97	1,05	0,99	1,01	0,96	1,00	1,01	1,00	1,06	1,05	1,10
15	1,12	0,98	1,05	0,98	0,98	0,94	0,97	1,00	1,00	1,07	1,07	1,12
20	1,14	1,00	1,05	0,97	0,96	0,91	0,95	0,99	1,00	1,08	1,09	1,15
25	1,17	1,01	1,05	0,96	0,94	0,88	0,93	0,98	1,00	1,10	1,11	1,18
30	1,20	1,03	1,06	0,95	0,92	0,85	0,90	0,96	1,12	1,00	1,14	1,21
35	1,23	1,04	1,06	0,94	0,89	0,82	0,87	0,94	1,00	1,13	1,17	1,25

S	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
40	1,27	1,06	1,07	0,93	0,86	0,78	0,84	0,92	1,00	1,15	1,20	1,29
42	1,28	1,07	1,07	0,92	0,85	0,76	0,82	0,92	1,00	1,16	1,22	1,31
44	1,30	1,08	1,07	0,92	0,83	0,74	0,81	0,91	0,99	1,17	1,23	1,33
46	1,32	1,10	1,07	0,91	0,82	0,72	0,79	0,90	0,99	1,17	1,25	1,35
48	1,34	1,11	1,08	0,90	0,80	0,70	0,76	0,89	0,99	1,18	1,27	1,37
50	1,37	1,12	1,08	0,89	0,77	0,67	0,74	0,88	0,99	1,19	1,29	1,41

Tab. 11: Maximal mögliche Sonnenscheindauer auf der nördlichen und südlichen Erdhalbkugel, ausgedrückt in Einheiten von 30 Tagen zu je 12 Stunden. (Zur Bestimmung der maximal möglichen Sonnenscheindauer eines Monats ist der Koeffizient mit  $12 \cdot 30$  zu multiplizieren).

## 5.4 Verteilung der Verdunstung in Deutschland

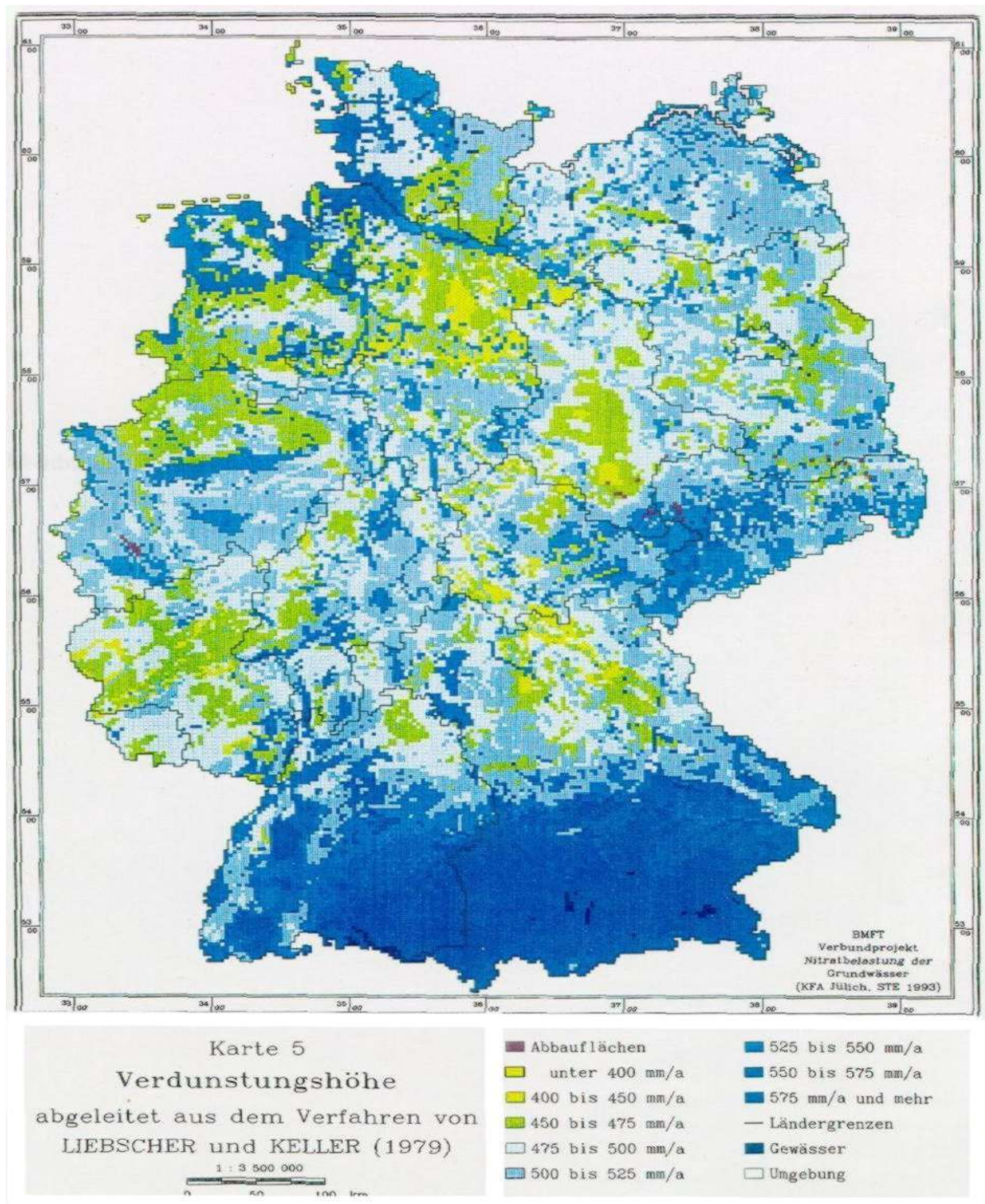


Abb. 50: Verdunstungshöhen für Deutschland (aus Nitratatlas)

## 5.5 Verteilung der Verdunstung in Europa

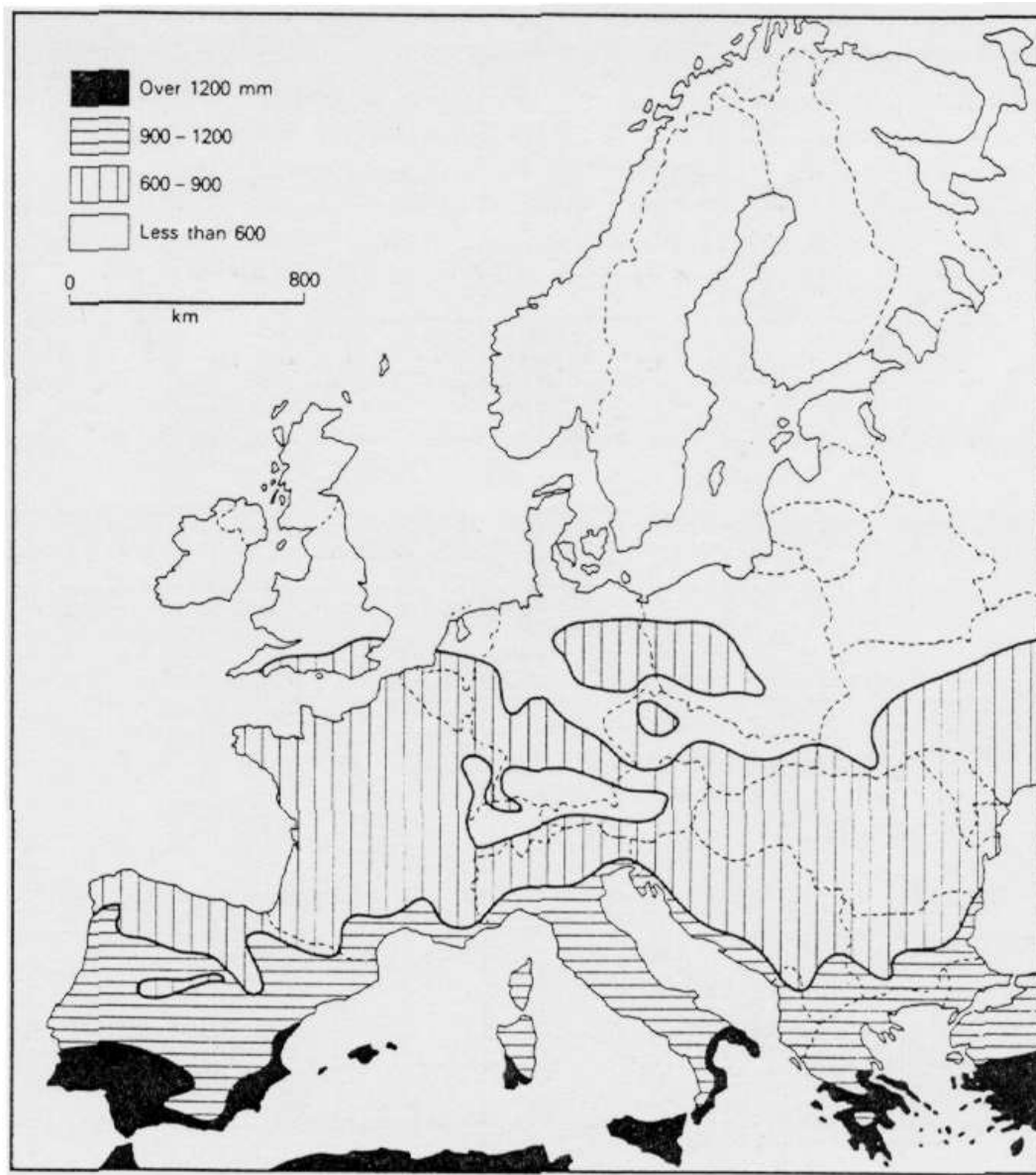


Abb. 51: Verteilung der jährlichen potentiellen Evaporation in Europa

## 5.6 Berechnung der Verdunstung

Die Aufteilung der aktuellen Gesamtverdunstung  $ET_{act}$  in die drei Komponenten Evaporation des Bodens  $EV_{act}$ , Pflanzentranspiration  $TR_{act}$  und Interzeptionsverdunstung  $IV_{act}$  erfolgt nach:

$$ET_{act} = EV_{act} + TR_{act} + IV_{act} \quad (5.1)$$

Grundsätzlich ist bei allen drei Komponenten zwischen der potentiellen Rate (maximale Rate bei optimaler Wasserverfügbarkeit) und der aktuellen Rate (entsprechend der tatsächlichen Wasserverfügbarkeit) zu

unterscheiden. Die Reduktion der potentiellen auf die aktuellen Raten sowie die Aufteilung der drei Verdunstungskomponenten wird nach folgendem Bilanzierungsschema durchgeführt (siehe auch Abbildung 52:

- Der Interzeptionsspeicher kann bis zu dem Maximalwert  $S_{veg}$  vom (Freiland)-Niederschlag  $N$  gefüllt werden. Der darüber hinaus auftretende Niederschlag erreicht als Bestandsniederschlag  $N_{net}$  die Bodenoberfläche. Bei Wahl komplexerer Ansätze zur Interzeptionsmodellierung kann sich der Bestandsniederschlag um die Drainagerate von der Vegetationsoberfläche  $Q_{INT_{ab}}$  erhöhen.
- Der Interzeptionsspeicher wird entleert durch die Interzeptionsverdunstung  $IV_{act}$  und gegebenenfalls durch den Abfluß von der Vegetationsoberfläche  $Q_{INT_{ab}}$ .
- Übertrifft die potentielle Verdunstungsrate die Interzeptionsverdunstung, evaporiert die Feuchte an der Bodenoberfläche bis zu einem Maximalwert (potentielle Evaporation des Bodens  $EV_{pot}$ ). Bei sehr trockener Bodenoberfläche ermittelt sich die aktuelle Bodenevaporation  $EV_{act}$  durch eine Abminderung der potentiellen Rate, bei genügender Feuchte erfolgt keine Abminderung.
- Übersteigt die potentielle Verdunstungsrate die Summe aus Interzeptionsverdunstung und aktueller Bodenevaporation, bildet die Differenz die potentielle Transpiration  $TR_{pot}$ . Die aktuelle Transpiration  $TR_{act}$  errechnet sich als Summe der auf die einzelnen Diskretisierungstiefen der Wurzelzone aufgeteilten potentiellen Transpirationsrate  $TR_{pot_j}$ , welche ab einer bestimmten Trockenheit des Bodenabschnittes  $j$  um den Faktor  $f_j$  reduziert werden.
- Zur Bestimmung der Reduktionsfaktoren  $f_j$  je Diskretisierungstiefe der Wurzelzone  $j$  wird zuerst der auf die ganze Wurzeltiefe bezogene mittlere Reduktionsfaktor  $\alpha_{red}$  berechnet. Findet eine Reduktion statt (also  $\alpha_{red} < 1$ ), kann dann gegebenenfalls eine Gewichtung des Wasserentzugs erfolgen (also eine ungleichmäßige Verteilung von  $f_j$  über die Wurzeltiefe) und somit der Wasserentzug der Pflanzen in die feuchteren Abschnitte der Wurzelzone gelenkt werden.

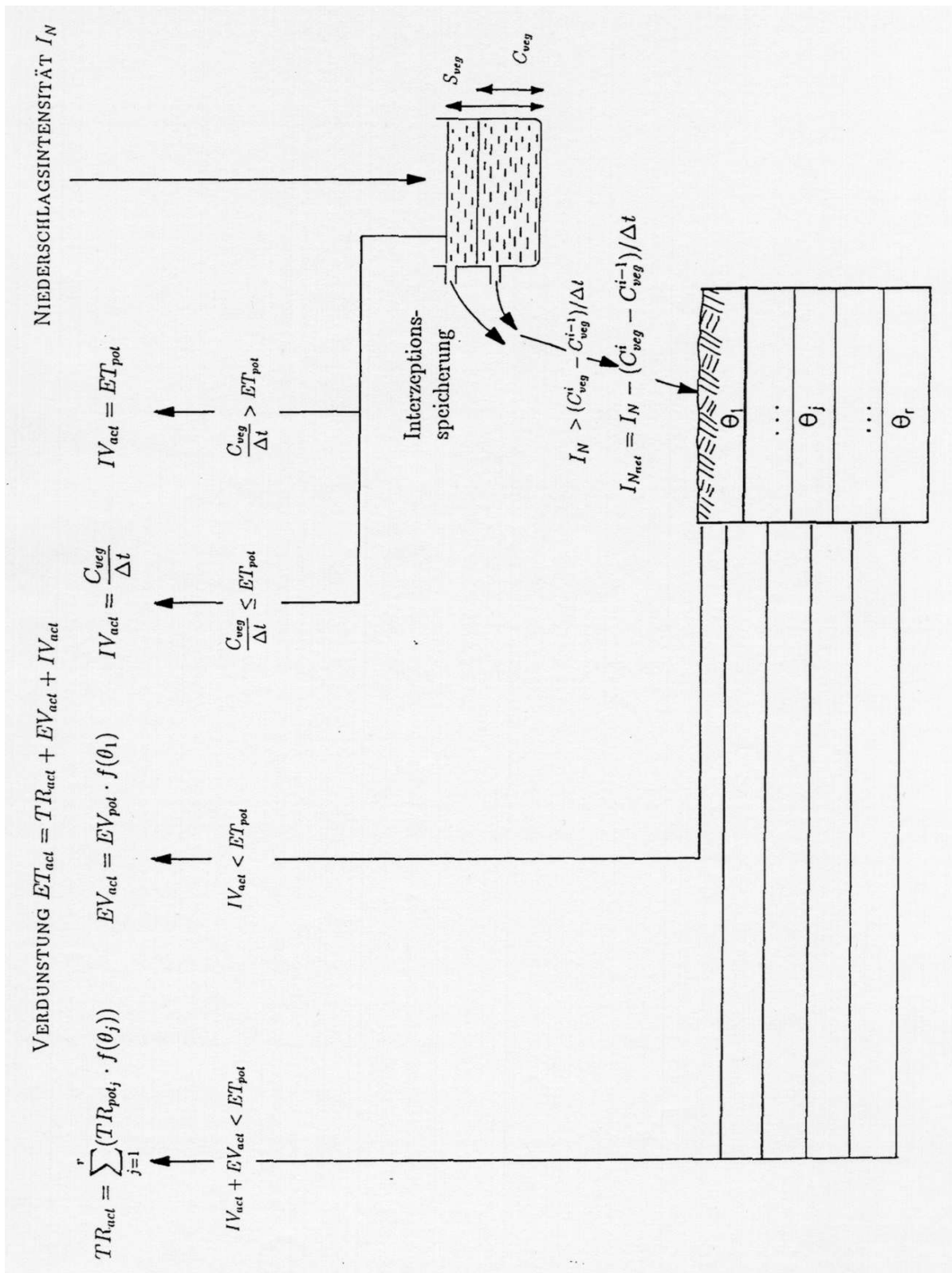


Abb. 52: Schema der Verdunstungsbilanzierung (nach BRONSTERT(1980))



## 5.6.1 Gesamtverdunstung

Im folgenden werden drei Ansätze zur Berechnung der Gesamtverdunstung (Evapotranspiration) angegeben, die aufgrund der unterschiedlichen Parametrisierungsgrade einen verschieden hohen Datenaufwand erfordern.

- **Modell von HAUDE:**

Dem Ansatz von HAUDE (1958) liegen umfangreiche Meßdaten im norddeutschen Raum für verschiedene Böden, Pflanzenkulturen und Jahreszeiten zugrunde. Berechnet wird ein potentieller Wert der Evapotranspiration  $ET_{pot}$  in Abhängigkeit vom Sättigungsdefizit der Luft um 14.00 Uhr  $(e_s - e_{act})_{14^{00}}$  (in mbar):

$$ET_{pot} = f_H \cdot (e_s - e_{act})_{14^{00}} \quad (5.2)$$

mit  $ET_{pot}$  = potentielle Evapotranspirationsrate in mm/d  
 $f_H$  = Pflanzenfaktor nach Haude in mm/(mbar · d).

Das mittägliche Sättigungsdefizit wurde von HAUDE wegen der leichten Verfügbarkeit gewählt. Es kann über die relative Luftfeuchte  $\varphi$  und die Temperatur zu dieser Tageszeit (mithilfe der Magnus-Formel) berechnet werden.

Es ist offensichtlich, daß Tagesschwankungen damit nicht erfaßt werden. Generell wird empfohlen, diese Formel nur für eine zeitliche Auflösung von größer als 10 Tagen zu verwenden. Werte für den Faktor  $f_H$  sind in der Literatur auffindbar, etwa in MANIAK (1992).

- **Modell von MAKKINK:**

Auch MAKKINK (1957) benutzt einen pflanzen- und jahreszeitabhängigen Faktor zur Berechnung der potentiellen Gesamtverdunstung  $ET_{pot}$  eines bewachsenen Bodens. Neben der Luftfeuchtigkeit (hier ausgedrückt als Gradient der Wasserdampfsättigungskurve  $\delta$ ) berücksichtigt seine Formel auch einen Strahlungsanteil, ausgedrückt als Globalstrahlung  $R_g$ :

$$ET_{pot} = 0.023 \cdot f_M \cdot \frac{\delta}{\delta + \gamma} \cdot R_g \quad (5.3)$$

mit  $f_M$  = Pflanzenfaktor nach Makkink  
 $\gamma$  = psychrometrische Konstante.

Die Formel beruht auf Messungen in den Niederlanden. Werte für den Makkink-Faktor finden sich beispielsweise in FEDDES (1987). Da sowohl die Strahlung als auch die Luftfeuchte zeitaufgelöst angegeben werden können, ist ein Tagesgang der Verdunstung mit dieser Formel erfaßbar. Allerdings bleibt der Einfluß des Windes unberücksichtigt.

- **Ansatz von PENMAN-MONTEITH:**

Der modifizierte Ansatz von MONTEITH (1965), basierend auf der Gleichung von PENMAN (1948), läßt sich direkt aus der Energiebilanz der Erdoberfläche ableiten (WALLACE, 1993). Er ist der am häufigsten verwendete Ansatz zur Berechnung der Gesamtverdunstung, allerdings mit einem hohen Datenbedarf (5 Parameter, von denen der aerodynamische Widerstandsbeiwert  $r_a$  und der Pflanzen- oder Stomatawiderstandsbeiwert  $r_s$  über weitere Ansätze ermittelt werden müssen).

Die berechnete Verdunstung berücksichtigt die Reaktion der Pflanze auf Wasserbedarf und -angebot, wie etwa das Schließen der Stomata bei Wassermangel (Einfluß des Parameters  $r_s$ ). Die Möglichkeit der Wasserzufuhr im Boden an die Pflanzenwurzeln wird allerdings nicht berücksichtigt. Es handelt sich also um eine potentielle Verdunstungsrate  $ET_{pot}$  unter Berücksichtigung der Pflanzenreaktion auf Wasserstreß.

$$ET_{pot} = \frac{\delta \cdot R_n + c_p \cdot \rho_a \cdot (e_s - e_{act})/r_a}{[\delta + \gamma(1 + r_s/r_a)] \cdot L_V} \quad (5.4)$$

mit	$R_n$	=	Nettostrahlung
	$c_p$	=	spezifische Wärme der Luft
	$\rho_a$	=	Dichte der Luft
	$e_s - e_{act}$	=	Sättigungsdefizit der Luft
	$L_V$	=	spezifische Verdunstungswärme von Wasser.

Für die Ermittlung der Widerstandsbeiwerte werden in der Literatur verschiedene Ansätze genannt.  $r_a$  wird häufig als Funktion der Windgeschwindigkeit in 2 m Höhe  $\vec{u}_{2m}$  und der Bewuchshöhe  $h_{pl}$  nach dem Ansatz von FEDDES (1971) ermittelt. Der Pflanzenwiderstandsbeiwert  $r_s$  hat einen starken Einfluß auf die berechnete Verdunstung bei Wasserstreß der Pflanzen. Einfache Ansätze zum Abschätzen dieses Parameters sind in FEDDES ET AL. (1978); FEDDES ET AL. (1988) und CRAGO & BRUTSAERT (1992) gegeben.

## 5.6.2 Interzeptionsverdunstung

Die Interzeptionsverdunstung  $IV_{act}$  also das Verdampfen der auf der Blattoberfläche befindlichen Feuchtigkeit, kann als Verdunstung von einer Wasseroberfläche angenommen werden. Damit ergibt sich eine potentielle Verdunstungsrate, solange der Inhalt des Interzeptionsspeichers dafür ausreicht. Somit können auch die oben angegebenen Gleichungen 5.2 bis 5.4 angewendet werden. Bei Anwendung von Gl. 5.4 wird  $r_s = 0$  gesetzt.

In Abb. 53 werden schematisch die Zusammenhänge zwischen Interzeption, Interzeptionsverdunstung und durchtropfenden Niederschlag zusammengefaßt. Es erfolgt anhand des Bodenbedeckungsgrades der Pflanzen  $BBG$  und des Blattflächenindex  $BFI$  eine Aufspaltung in den durchfallenden Niederschlag und den auf die Pflanzendecke fallenden Niederschlag. Die Interzeptionsverdunstung entspricht bei vollem Interzeptionsspeicher der potentiellen Evapotranspirationsrate  $ET_{pot}$ . Der Bestandsniederschlag berechnet sich aus der Summe des durchfallenden Niederschlags und der Drainage der Vegetationsdecke.

$$\begin{aligned} I_{N_{net}} &= (1 - BBG \cdot BFI) \cdot I_N + Q_{INT_{ab}} && \text{für } BBG \leq 1 \\ I_{N_{net}} &= (1 - BFI) \cdot I_N + Q_{INT_{ab}} && \text{für } BBG > 1 \end{aligned} \quad (5.5)$$

$I_N$	=	Intensität des Freilandniederschlags
$I_{N_{net}}$	=	Intensität des Bestandsniederschlags
$Q_{INT_{ab}}$	=	Abfluß aus dem Interzeptionsspeicher
$BBG$	=	Bodenbedeckungsgrad
$BFI$	=	Blattflächenindex

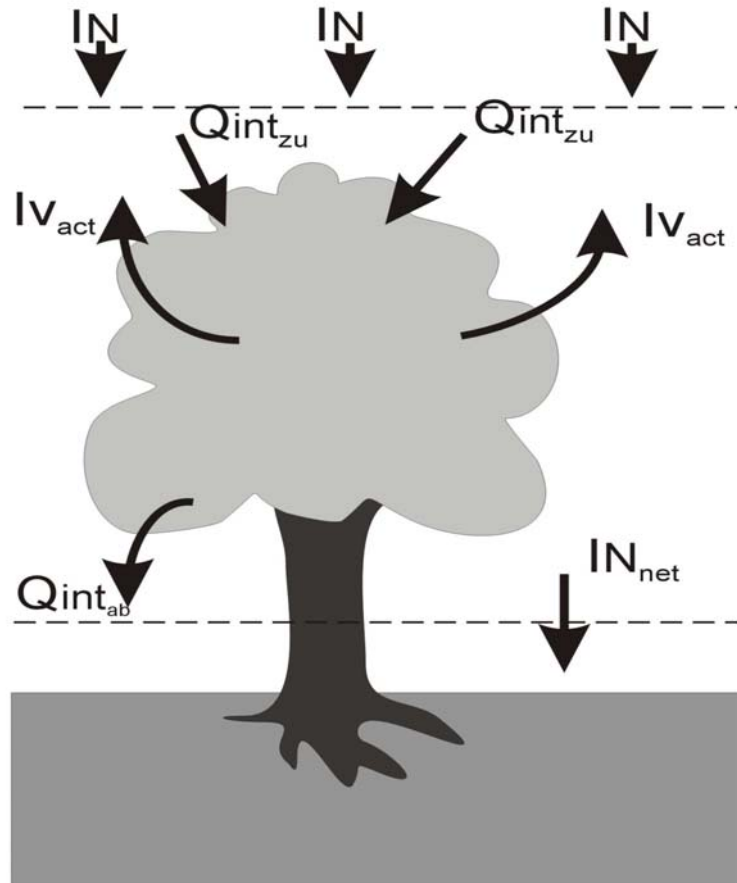


Abb. 53: Schematische Darstellung der Wirkung der Vegetationsdecke bzgl. der Niederschlagsspeicherung

### 5.6.3 Evaporation des Bodens

Die gängigen Berechnungsmethoden haben empirischen oder teil-empirischen Charakter, da die Einflüsse von Pflanzenbedeckung, Bodenvariabilitäten und Oberflächenzustand auf die Bodenverdunstung bisher nicht in einem rein physikalischen Gesetz festgelegt werden können.

- **Ansatz von BELMANS:**

BELMANS ET AL., (1983) berechnen die potentielle Evaporation  $EV_{pot}$  als Anteil der potentiellen Gesamtverdunstung  $ET_{pot}$  in Abhängigkeit des Blattflächenindex  $BFI$ :

$$EV_{pot} = ET_{pot} \cdot e^{-0.6BFI} \quad (5.6)$$

- **Ansatz von RITCHIE:**

RITCHIE (1972) gibt eine teilweise aus der Energiebilanz abgeleitete Gleichung zur Berechnung der Evaporation des wassergesättigten Bodens  $EV_{pot}$  in Abhängigkeit von Strahlung, Luftfeuchte und Blattflächenindex an:

$$EV_{pot} = \frac{\delta \cdot R_n \cdot e^{-0.39BFI}}{(\delta + \gamma) \cdot L} \quad (5.7)$$

- **Ansatz von BLACK:**

BLACK ET AL. (1969) geben eine auf Lysimetermessungen basierende empirische Formel zur Abschätzung der aktuellen Bodenevaporation  $EV_{act}$  als Funktion der Dauer der vorherigen niederschlagsfreien Periode an:

$$EV_{act} = 0.35 \cdot (\sqrt{d_{dry} + 1} - \sqrt{d_{dry}}) \quad (5.8)$$

mit  $EV_{act}$  = aktuelle Bodenevaporation in cm/Tag  
 $d_{dry}$  = Anzahl der Trockentage seit dem letzten Niederschlagsereignis.

### 5.6.4 Transpiration der Pflanzen

Die potentielle Rate der Pflanzentranspiration  $TR_{pot}$  ergibt sich nach Gl. 5.1 aus der Differenz der potentiellen Evapotranspiration und Evaporation. Um den aktuellen Wurzelentzug  $TR_{act}$  in Abhängigkeit der Bodenfeuchte zu berechnen, ist gegebenenfalls eine Abminderung der potentiellen Transpiration vorzunehmen, welche üblicherweise durch teil-empirische Ansätze verwirklicht wird:

$$TR_{act} = \alpha_{red} \cdot TR_{pot} \quad (5.9)$$

Der Reduktionsfaktor  $\alpha_{red}$  kann, wie von FEDDES ET AL. (1978), empirisch in Abhängigkeit von der Saugspannung im Boden angegeben werden (Abb. 54).

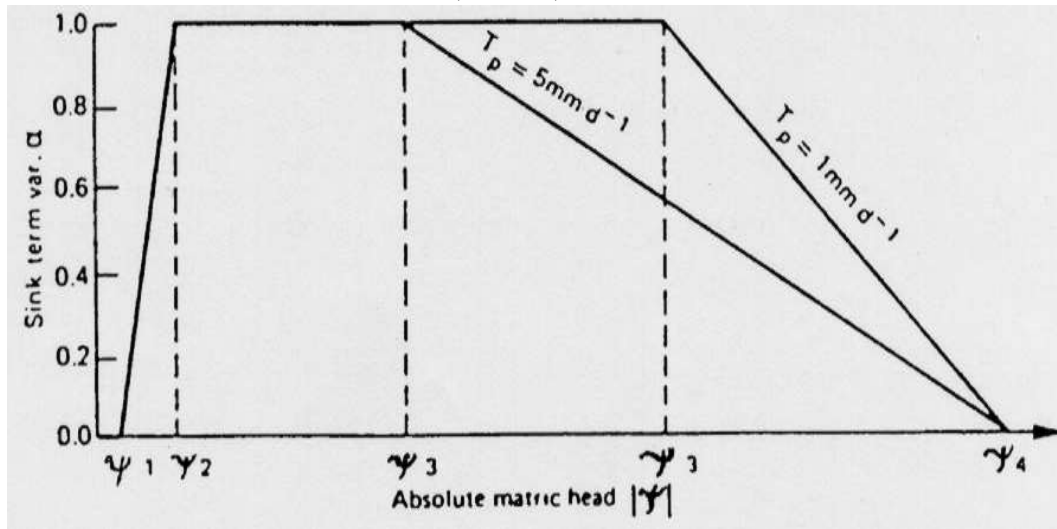


Abb. 54: Reduktionsfaktor  $\alpha_{red}$  als Funktion der Saugspannung in der Bodenmatrix (nach FEDDES et al. (1978))

Der Pflanzenentzug oberhalb von  $\psi(\theta_1)$  (Sauerstoffmangel) und unterhalb von  $\psi(\theta_4)$  (Welkepunkt) wird auf 0 gesetzt. Zwischen  $\psi(\theta_2)$  und  $\psi(\theta_3)$  (Reduktionspunkt) wird optimaler Wasserentzug angenommen, zwischen  $\psi(\theta_1)$  und  $\psi(\theta_2)$  sowie zwischen  $\psi(\theta_3)$  und  $\psi(\theta_4)$  wird interpoliert. Der Wert von  $\psi(\theta_3)$  variiert mit verschiedenen Raten der potentiellen Transpiration  $TR_{pot}$ .

$\theta_1$  kann mit dem Sättigungswassergehalt gleichgesetzt werden,  $\theta_2$  (ausreichende Sauerstoffversorgung der Pflanzenwurzeln) kann nach FLÜHLER (1973) als  $\theta_s - 5\%$  angenommen werden. Werte von  $\psi(\theta_3)$  für verschiedene Pflanzenarten werden in TAYLOR & ASHCROFT (1972) aufgelistet. Als Werte für  $\psi(\theta_4)$  (Welkepunkt) können die Standardwerte aus der Agrarhydrologie angenommen werden.

#### 5.6.4.1 Erwähnte Literatur zur Berechnung der Verdunstung

BELMANS, C., DEKKER, L.W., BOUMA, J. (1983): Simulation of soil moisture regimes and

- associated potato growth in clay soils. *Agric. Water Management*
- BLACK, T.A., GARDNER, W.R., THURTELL, G.W. (1969): The prediction of evaporation, drainage and soil water storage for a bare soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* **33**, 655-660
- CRAGO, R.D., BRUTSAERT, W. (1992): A comparison of several evaporation equations. *Water Resources Research*, **28** (3), 951-954
- FEDDES, R.A. (1971): Water, heat and crop growth. Thesis Comm. Agric. University Wageningen 71-12, Wageningen (NL), 184 Seiten
- FEDDES, R.A. (1987): Crop factors in relation to Makkink reference-crop evapotranspiration. *ICW Technical Bulletin No. 67*, Institute for Land and Water Management Research, Wageningen (NL), 33-45
- FEDDES, R.A., KOWALIK, P.J., ZARADNY, H. (1978): Simulation of field water use and crop yield. Simulation Monograph. PUDOC, Wageningen (NL), 189 Seiten
- FEDDES, R.A., DE GRAAF, M., BOUMA, J., VAN LOON, C.D. (1988): Simulation of water use and production of potatoes as affected by soil compaction. *Potato Research*, **31**, 225-239
- FLÜHLER, J. (1973): Sauerstoffdiffusion im Boden. Mitteilungen der Eidgenössischen Anstalt für das forstliche Versuchswesen, Band 49, Heft 2, Birmensdorf (CH), 142 Seiten
- HAUDE, W. (1958): Über die Verwendung verschiedener Klimafaktoren zur Berechnung der potentiellen Evaporation und Evapotranspiration. *Meteorologische Rundschau*, **11**, 96-99
- MAKKINK, G.F. (1957): Testing the Penman formula by means of lysimeters. *Journal of the Institution of Water Engineers*, **11**, 277-288
- MANIAK, U. (1992): Hydrologie und Wasserwirtschaft. Eine Einführung für Ingenieure. 2. Auflage, Springer, Berlin, 568 Seiten
- MONTEITH, J.L. (1965): Evaporation and environment. *Symp. Soc. Exp. Biology*, **19**, 205-234
- PENMAN, H.L. (1948): Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proceedings Royal Society London*, **A 193**, 120-145
- RITCHIE, J.T. (1972): A model for predicting evaporation from a row crop with incomplete cover. *Water Resources Research*, **8** (5), 1204-1213
- TAYLOR, S.A., ASHCROFT, G.M. (1972): Physical Edaphology. Freeman, San Francisco (USA), 472 Seiten
- WALLACE, J.S. (1993): Recent developments in Evaporation Modelling. *Evaporation, Water Balance and Deposition*, Eds.: A. Becker, B. Sevruk & M. Lapin, (Proc. of Symp. on Precipitation and Evaporation, Vol. 3, 20.-24. Sept. 1993), Bratislava (Slowakei), 43-54

# Kapitel 6

## Versickerung

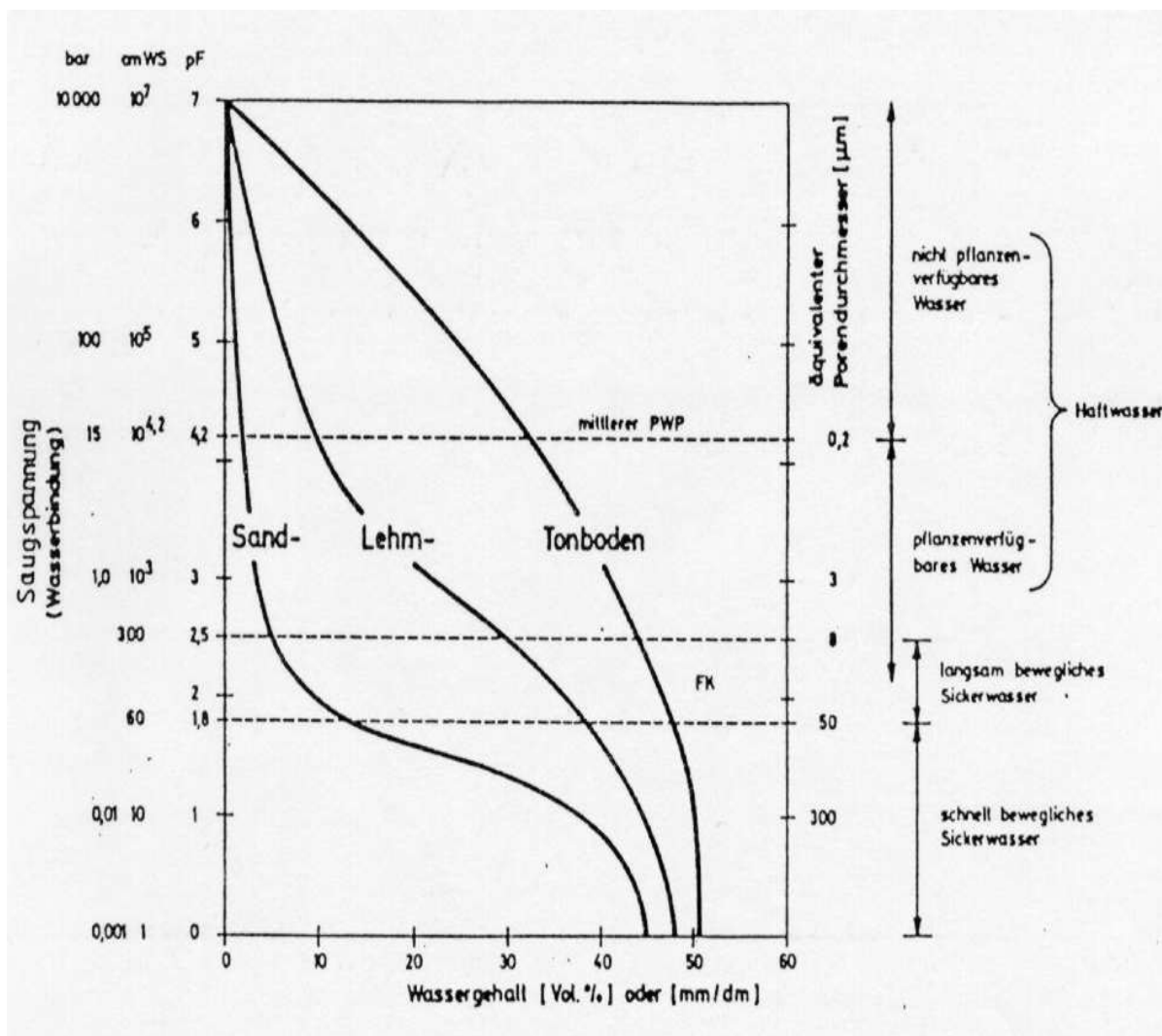


Abb. 55: Wasserspannungskurven nach BISCHOFBERGER (aus SCHIFFLER (1992))

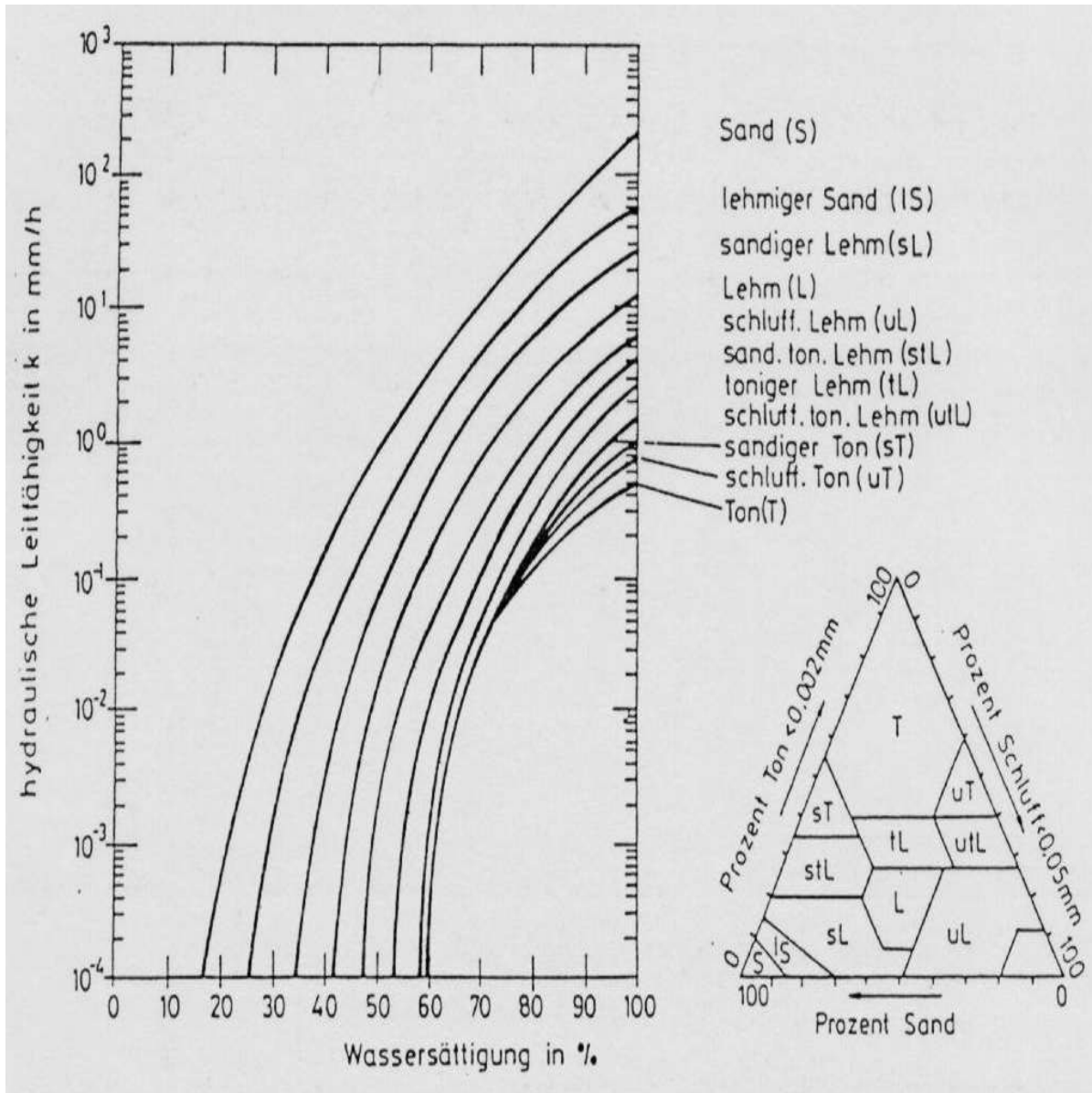


Abb. 56: Abhängigkeit der ungesättigten hydraulischen Leitfähigkeit vom Sättigungsgrad und von der Bodenart (aus MANIAK (1988))

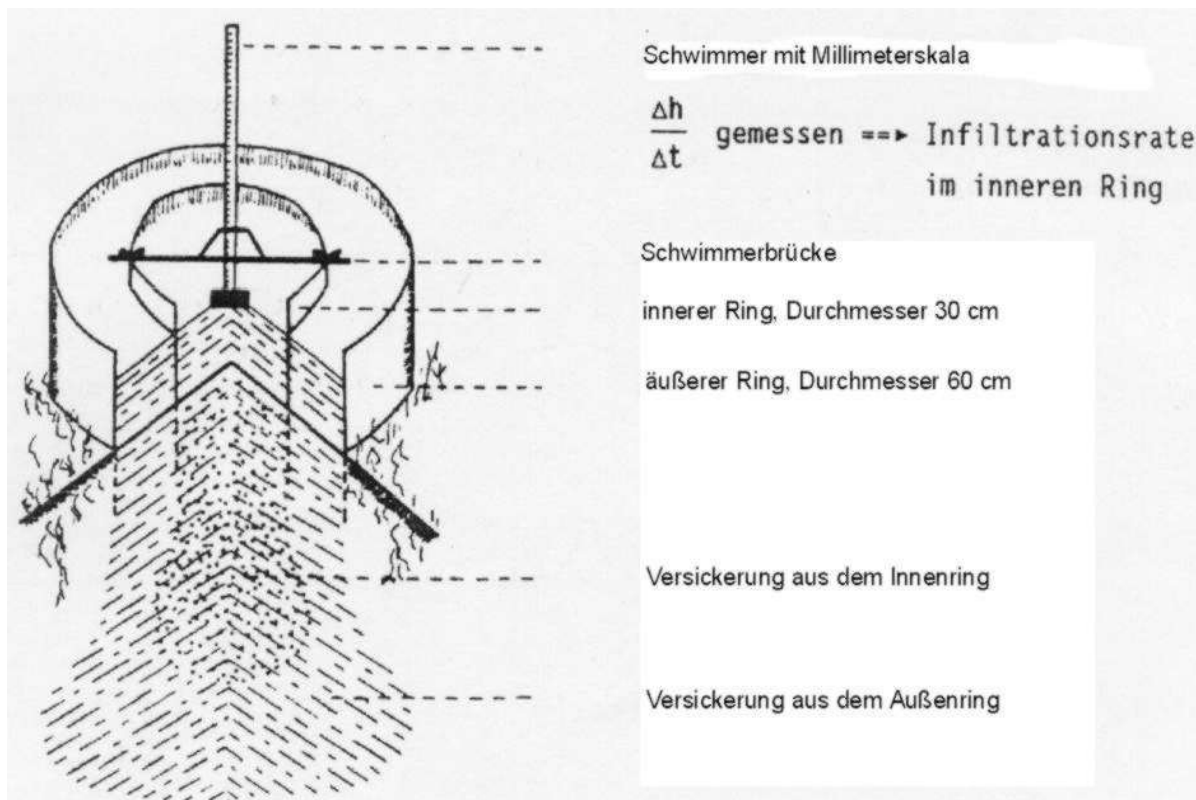


Abb. 57: Doppelringinfiltrrometer, schematisch (SCHIFFLER (1992))

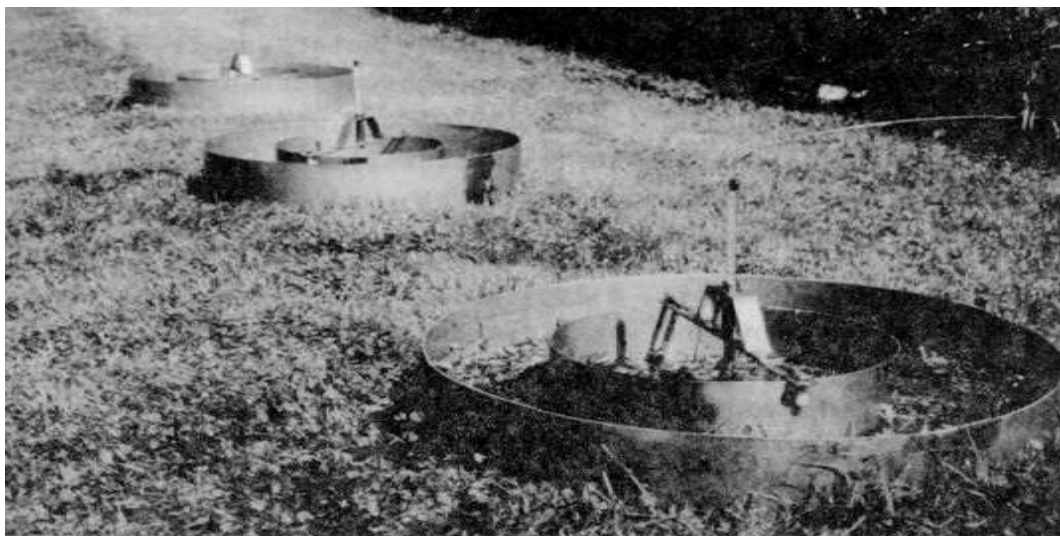


Abb. 58: Doppelringinfiltrrometer (SCHIFFLER (1992))



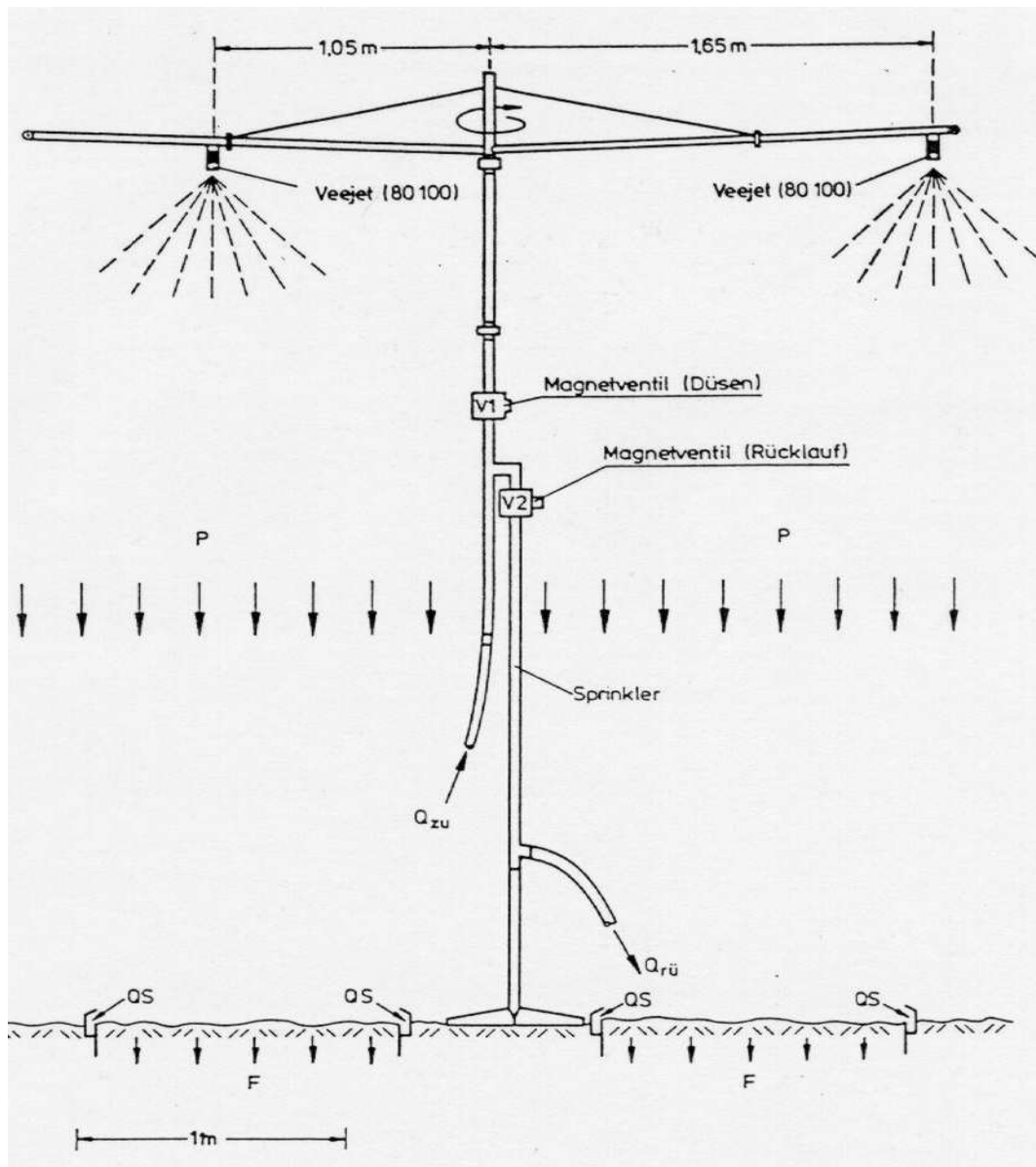


Abb. 59: Sprinkler - Infiltrometer des IHW mit Veejet 80100 Düsen (Prinzipskizze, SCHIFFLER (1992))

# Kapitel 7

## Abfluß

### 7.1 Definitionen

- Effektivniederschlag:  $N_{eff}$  [mm]
- Gebietsrückhalt:  $R = N - N_{eff}$  [mm]
- Gewässerabfluß, -durchfluß:  $Q$  [m<sup>3</sup>/s; l/s]
- gebietsbezogener Abfluß:  $A$  [mm]
- spezifischer Abfluß:  $q$  [l/(s.ha)]
- Abflußbeiwert; Abflußkoeffizient:  $\psi = \frac{N_{eff}}{N} = \frac{N-R}{N} = \frac{A}{N}$

### 7.2 Einfluß von Niederschlags- und Gebietseigenschaften auf den Abflußbeiwert

#### 7.2.1 Niederschlagseigenschaften (Ereigniseigenschaften)

- Bodenfeuchte vor dem Ereignis (bzw. Vorregen)
- Niederschlagsmenge
- Niederschlagsintensität

#### 7.2.2 Gebietseigenschaften

- Vegetation, Landnutzung
- Topographie
- Bodeneigenschaften, Geologie
- Grundwasserflurabstände

## 7.3 Abflußbildung

Die Gesamtheit der hydrologischen Prozesse, welche die Entstehung von Abfluss bestimmen wird als Abflussbildung bezeichnet. Es geht also um den Anteil des Niederschlags (genauer: des Wasserkreislaufs), der nicht in die Atmosphäre abgeführt und nicht in Boden oder Vegetation zurückgehalten wird. Dieser Anteil wird konzeptionell auch als „Effektivniederschlag“ oder „abflußwirksamer Niederschlag“ bezeichnet (s.o.).

Zur Abflussbildung tragen neben den direkt auf der Geländeoberfläche ablaufenden Prozessen auch Fließprozesse im Boden bei, wobei insbesondere die Grundwasserzone, unter bestimmten Bedingungen aber auch die ungesättigte Zone eine wichtige Rolle spielen.

### 7.3.1 Schätzverfahren zur Bestimmung des Abflußbeiwertes

#### 7.3.1.1 Koaxialdiagramm

Voraussetzungen zur Erstellung:

- langjährige Niederschlags-Abfluß-Aufzeichnungen
- konstante Gebietseigenschaften (d.h. gültig nur für spezifisches Gebiet)

⇒ Multiregression von  $N$ ,  $R$ , Jahreszeit, Dauer, Vorbodenfeuchte

⇒ Koaxialdiagramm:  $R = R(WZ, t_N, N, V_{NS})$

WZ:	Wochenzahl
$t_N$ :	Niederschlagsdauer
N:	Niederschlagshöhe
$V_{NS}$ :	Vorregenindex, z.B. nach $V_{NS} = \sum_{t=1}^n b(t) \cdot N_t$
$b(t)$ :	Rückgangsfaktor, z.B. $b(t) = 1/t$ oder $b(t) = 0.9^t$
$N_t$ :	Tagesniederschlag
n:	Tagesanzahl, z.B. n = 20

Beispiel Koaxialdiagramm

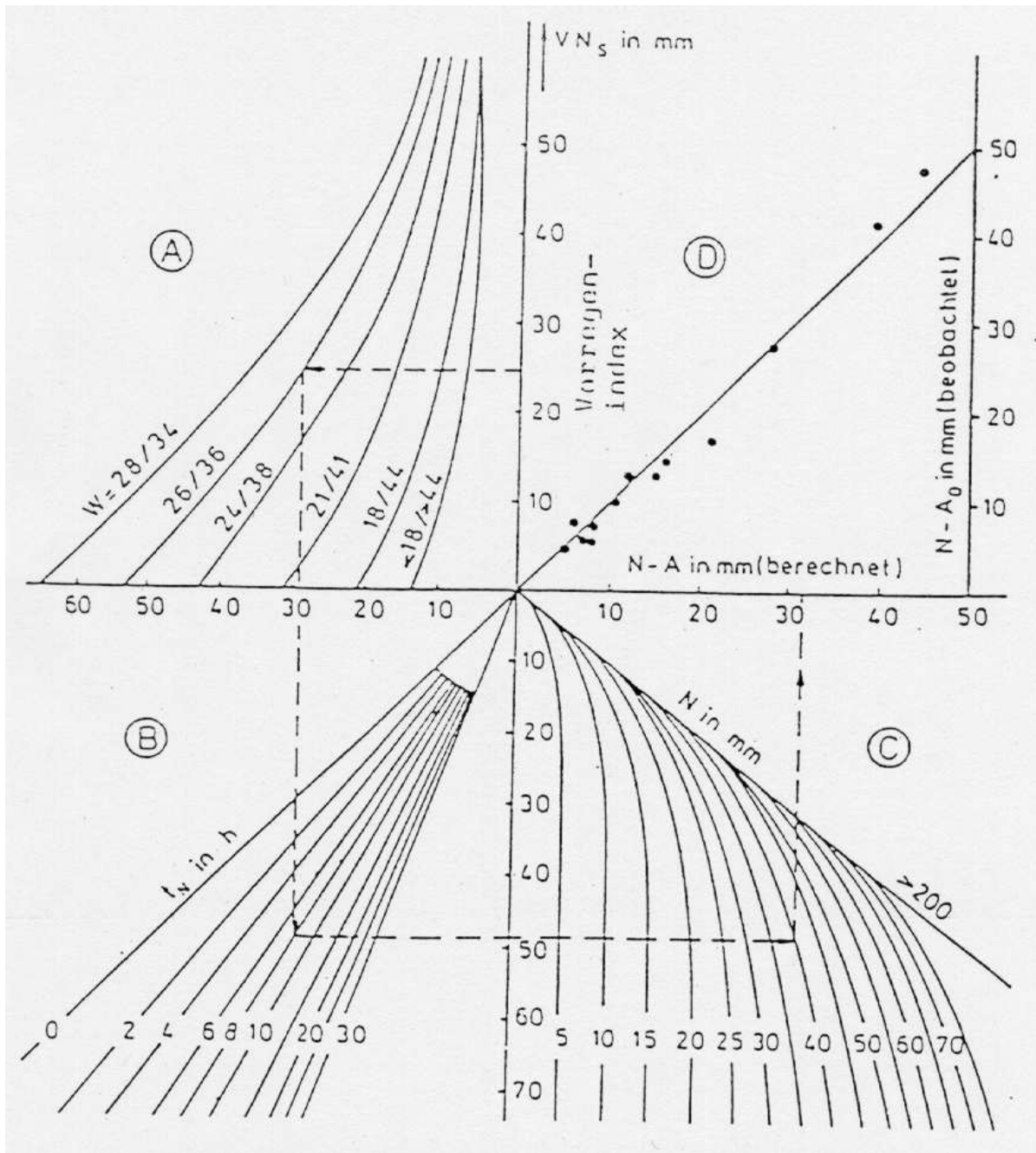


Abb.60: Koaxialdiagramm der Niederschlag-Abfluß-Beziehung. Beispiel: Koaxialdiagramm  $((N - A) = f(VN_s, W, t_N, N))$  für die Wietze (Zufluß der Aller) (aus HOLTORFF (1995))

### 7.3.1.2 SCS - Verfahren

In den Regeln zur Wasserwirtschaft des DVWK (1984) wird für die Abschätzung des Abflußbeiwertes für Extremniederschläge in kleinen Einzugsgebieten die Anwendung des SCS-Verfahrens des US-Soil Conservation Service empfohlen. Im Prinzip ist das SCS-Verfahren anwendbar ohne die Vorlage von langjährigen N-A-Aufzeichnungen. Es wurde abgeleitet aus sehr umfangreichen Messungen im mittleren Westen der USA. Bei diesem Verfahren wird der Effektivniederschlag  $N_{eff}$  als Funktion der Niederschlagshöhe  $N$  und einer Gebietskenngröße  $CN$  beschrieben:

$$N_{eff} = \frac{(N - \frac{5080}{CN} + 50.8)^2}{N + \frac{20320}{CN} - 203.2} = \frac{(\frac{N}{25.4} - \frac{200}{CN} + 2)^2}{\frac{N}{25.4} + \frac{800}{CN} - 8} \cdot 25.4 \quad (7.1)$$

jeweils  $N$  in [mm] und  $CN$  in % !! Die Gleichung 7.1 gilt nur für einen positiven Ausdruck in der Klammer des Zählers, sonst wird  $N_{eff} = 0$  gesetzt.

Die Gebietsgröße  $CN$  ergibt sich als Funktion der Bodenart und -nutzung des Einzugsgebietes und einer Bodenfeuchteklasse, die über den Vorregen der letzten 5 Tage und über die Jahreszeit festgelegt wird (siehe Abbildung 60a). Der für ein Einzugsgebiet maßgebende  $CN$ -Wert kann näherungsweise durch eine flächengewichtete Mittelung der einzelnen  $CN$ -Werte ermittelt werden.

Bei der Anwendung des SCS-Verfahrens auf ein Niederschlagsereignis ist jedoch zu beachten, daß dieses Verfahren nur für Extremereignisse gedacht ist. Erfahrungsgemäß liefert dieses Verfahren für Niederschlagshöhen kleiner als ca.  $N=50$  mm zu kleine Abflußbeiwerte. Um diese Unterschätzung zu vermeiden, wird ein modifiziertes Verfahren vorgeschlagen. Die Gleichung lautet:

$$N_{eff} = \frac{(N - \frac{1270}{CN} + 12.7)^2}{N + \frac{24130}{CN} - 241.3} \quad (7.2)$$

Diese modifizierte Form, die auf einer Reduktion des Speichervermögens beruht, liefert sowohl bei kleinen als auch bei großen Niederschlagshöhen größere Abflußbeiwerte. Liegen für ein Einzugsgebiet Meßdaten vor, sollen nach der Empfehlung des DVWK diese Daten für eine Anpassung der maßgebenden  $CN$ -Werte herangezogen werden. Oder man soll ein gebietspezifisches Koaxialdiagramm erstellen, falls die Aufzeichnungen genügend viele Niederschlags-Abfluß-Ereignis beinhalten.

Bodenfeuchteklasse	Niederschlagshöhe in den vorangegangenen 5 Tagen in mm	Vegetationsperiode	übrige Zeit
I	< 30	< 15	
II	30 – 50	15 – 30	
III	> 50	> 30	

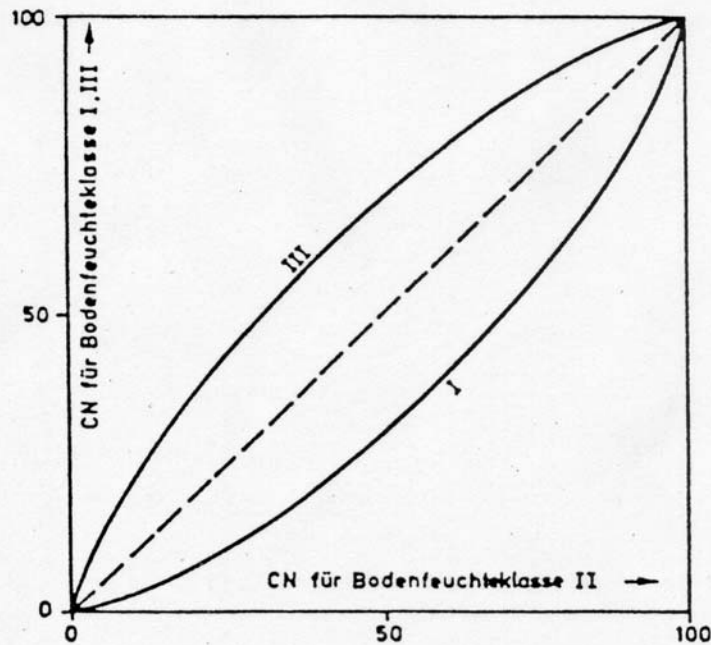
Bodentyp A: Böden mit großem Versickerungsvermögen, auch nach starker Vorbefeuchtung,  
z. B.: tiefe Sand- und Kiesböden.

Bodentyp B: Böden mit mittlerem Versickerungsvermögen, tiefe bis mäßig tiefe Böden mit mäßig feiner bis mäßig grober Textur,  
z. B.: mitteltiefe Sandböden, Löß, (schwach) lehmiger Sand.

Bodentyp C: Böden mit geringem Versickerungsvermögen, Böden mit feiner bis mäßig feiner Textur oder mit wasserstauender Schicht,  
z. B.: flache Sandböden, sandiger Lehm.

Bodentyp D: Böden mit sehr geringem Versickerungsvermögen, Tonböden, sehr flache Böden über nahezu undurchlässigem Material, Böden mit dauernd sehr hohem Grundwasserspiegel.

Bodennutzung	CN für Bodentyp			
	A	B	C	D
Ödland (ohne nennenswerten Bewuchs)	77	86	91	94
Hackfrüchte, Wein	70	80	87	90
Wein (Terrassen)	64	73	79	82
Getreide, Futterpflanzen	64	76	84	88
Weide (normal)	49	69	79	84
(karg)	68	79	86	89
Dauerwiese	30	58	71	78
Wald (stark aufgelockert)	45	66	77	83
(mittel)	36	60	73	79
(dicht)	25	55	70	77
Undurchlässige Flächen (versiegelter Anteil von Ortschaften, Straßen usw.)	100	100	100	100



CN für Bodenfeuchteklassen I und III in Abhängigkeit von CN für Bodenfeuchteklasse II

Abb. 60a: CN-Werte in Abhängigkeit von Bodennutzung, Bodentyp, und Bodenfeuchte (zur Anwendung im SCS-Verfahren)

## 7.4 Abflußkonzentration

Unter der Abflußkonzentration versteht man den Prozeß des Zusammenfließens des Effektivniederschlags (bzw. des sich in der Einzugsgebietsfläche gebildeten Abflusses) im Einzugsgebiet bis zu dem Fließgewässer oder bis zu einer bestimmten Gewässerstelle bzw. Pegel.

### 7.4.1 Verfahren zur Beschreibung der Abflußkonzentration

#### 7.4.1.1 Flutplanverfahren

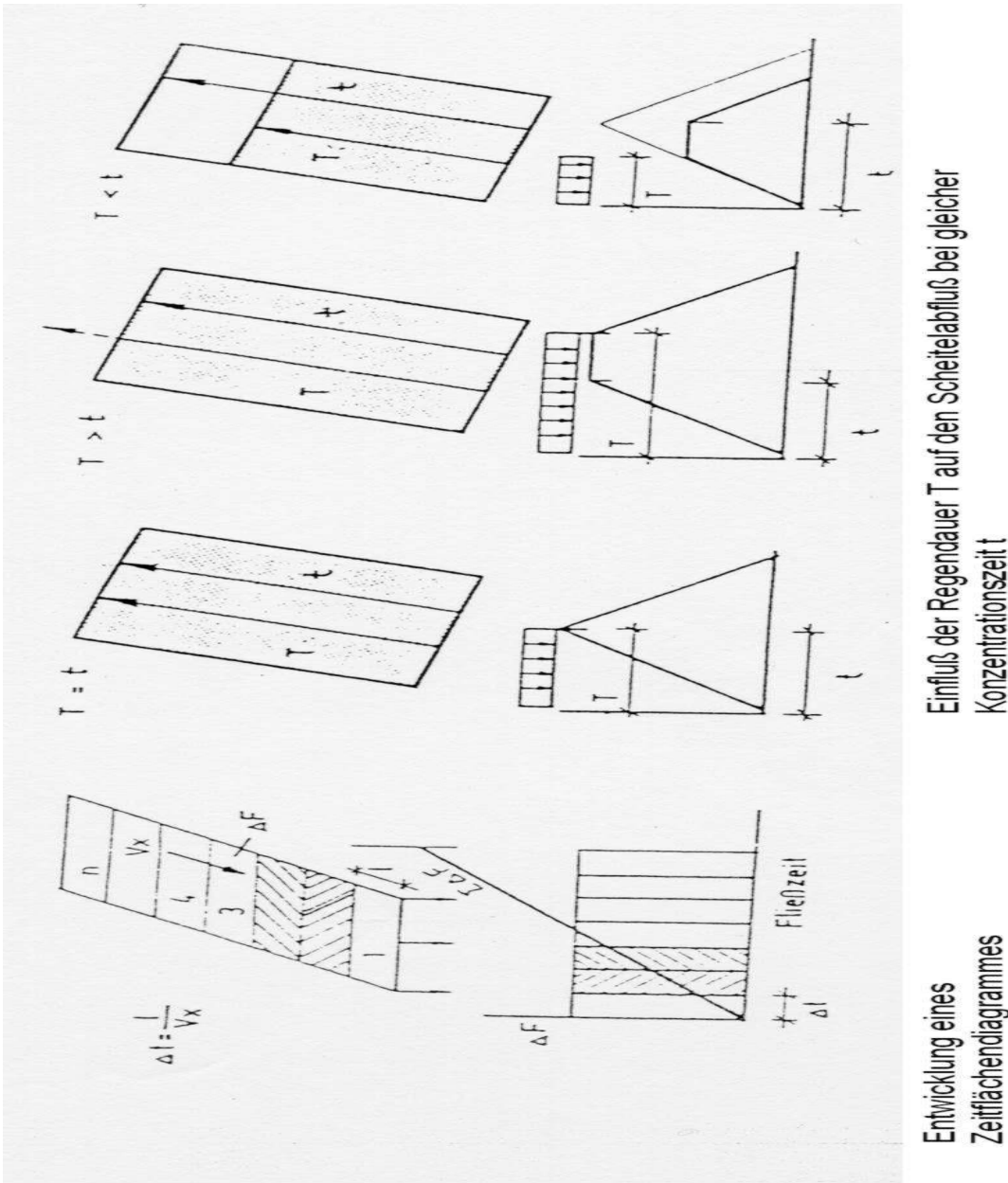


Abb. 61: Translationsmodell einer Dachfläche (nach DYCK & PESCHKE(1995))

## 7.4.1.2 Isochronenverfahren

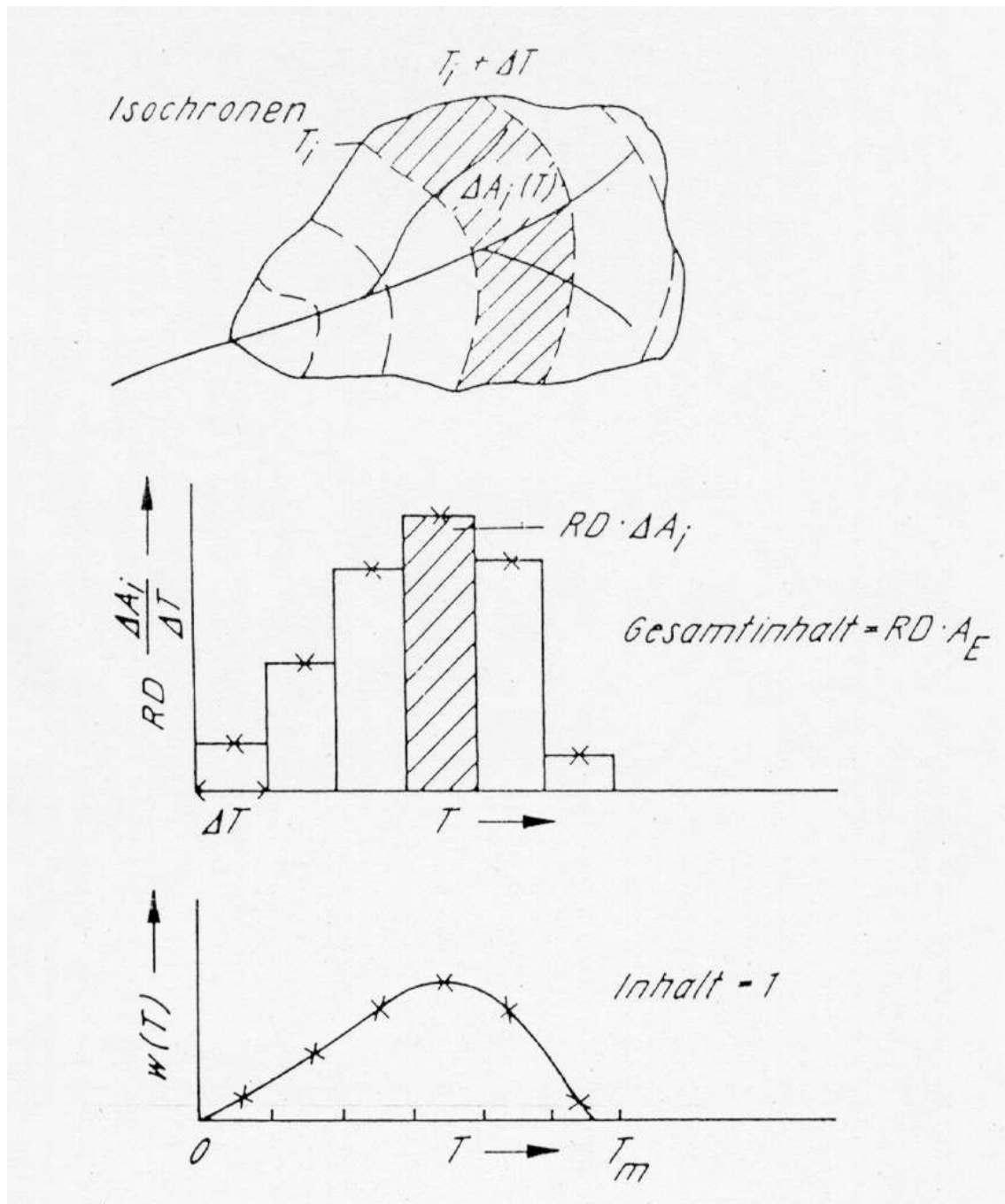


Abb. 62: Isochronenmethode: a) Einzugsgebiet mit eingetragenen Isochronen; b) aus a) abgeleitetes Zeit-Flächen-Histogramm; c) Impulsantwortfunktion  $w(t)$  (DYCK & PESCHKE (1995))



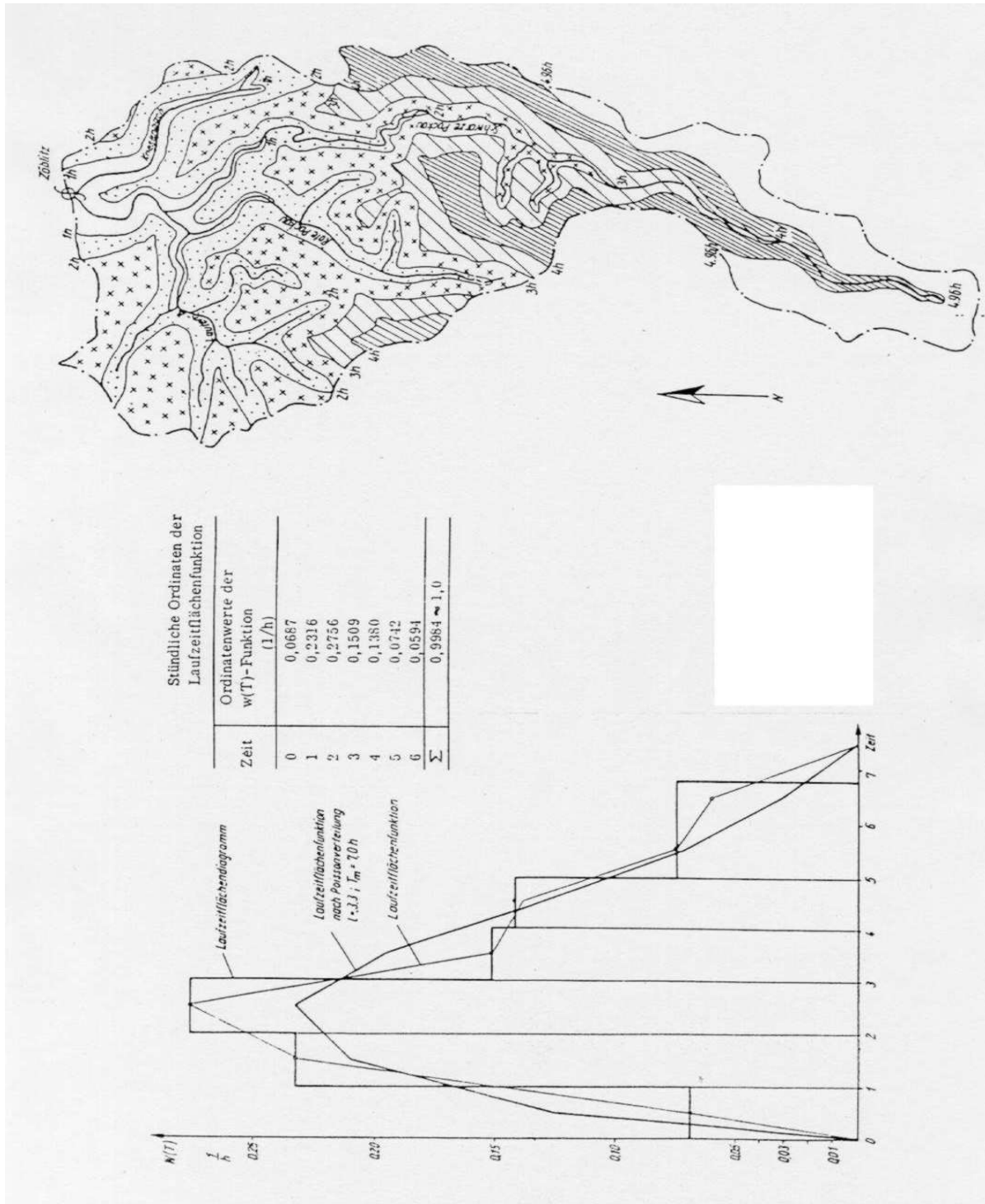


Abb. 63: Laufzeitflächen-Diagramm und -Funktion  $w(T)$  des Pegels Zöblitz, Schwarze Pockau; Isochronen für das Gebiet der Schwarzen Pockau (DYCK & PESCHKE (1995))

## 7.5 Abflußmessung

Der Abfluß oder Durchfluß  $Q$  ist definiert als die Wassermenge, die den Querschnitt eines Wasserlaufes innerhalb einer Zeiteinheit durchfließt. Die übliche Dimension von  $Q$  ist  $[m^3]$ , für kleinere Gewässer auch  $l/s$ .

Die Messung von  $Q$  in einem Fließquerschnitt kann erfolgen durch:

- Messung des Wasserstandes  $h$
- Messung der Fließgeschwindigkeiten  $v$

Zur Ermittlung des Abflusses  $Q$  bei einem gemessenen Wasserstand  $h$  ist es erforderlich, die Abflußkurve  $h = f(Q)$  zu kennen.

Die Berechnung des Abflusses  $Q$  aus Messungen der Fließgeschwindigkeiten  $v$  in einem Querschnitt erfolgt durch Auswertung des Integrals

$$Q = \int_A v \, dA$$

### 7.5.1 Abflußmessung über Wasserstände

Die Abflußmessung über Wasserstände erfolgt über die bekannte Abhängigkeit des Wasserstandes vom Abfluß in einem definierten Fließquerschnitt.

### 7.5.2 Überfallwehr (Meßwehr)

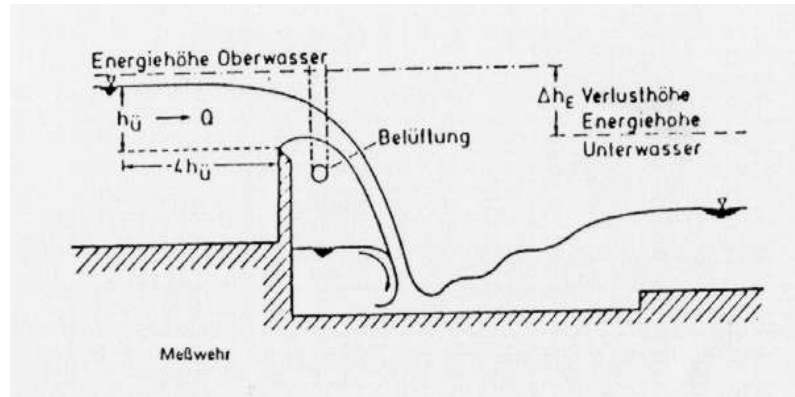


Abb. 64: Meßwehr (aus HOLTORFF (1995))

Der Zusammenhang zwischen der Überfallhöhe  $h_{\text{Ü}}$  und dem Abfluß  $Q$  hat die Form

$$Q = C \cdot \mu \cdot A_{\text{Ü}} \cdot \sqrt{2gh_{\text{Ü}}}$$

Die Konstante  $C$  und die Überfallfläche  $A_{\text{Ü}}$  hängen davon ab, ob es sich um ein Meßwehr

- mit rechteckigem Überfall ohne Seitenkontraktion
- mit rechteckigem Überfall mit Seitenkontraktion
- mit dreieckiger Überfallkrone und Strahleinschnürung (Rehbock-, Poncelet-, Thomson-Meßwehr)

handelt.

Für den rechteckigen Überfall ohne Seitenkontraktion z. B. gilt die Abflußformel:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot h_{\ddot{u}} \cdot \sqrt{2gh_{\ddot{u}}}$$

Damit ist  $\mu$  abhängig von den Verhältnissen der Überfallhöhe  $h_{\ddot{u}}$  zu der oberwasserseitigen Wehrhöhe  $w$  ( $h_{\ddot{u}}/w$ ) sowie der Überfallbreite  $b$  zu der Breite des Zulaufregimes  $b_G$  ( $b/b_G$ ).

wichtig: Abflußformeln für Meßwehre gelten nur, wenn für ausreichende Strahlbelüftung gesorgt ist. Nähere Angaben über Abflußformeln und Überfallbeiwerte  $\mu$  sind in den Vorlesungen Hydromechanik / Hydraulik und z. B. im Taschenbuch der Wasserwirtschaft zu finden. Meßwehre finden z. B. Anwendung zur Messung von

- kleinen Abflüssen (Bäche)
- Anflüssen in wasserbaulichen Modellen (Labor)
- Sickerwassermengen nach Fassung.

### 7.5.3 Venturikanal

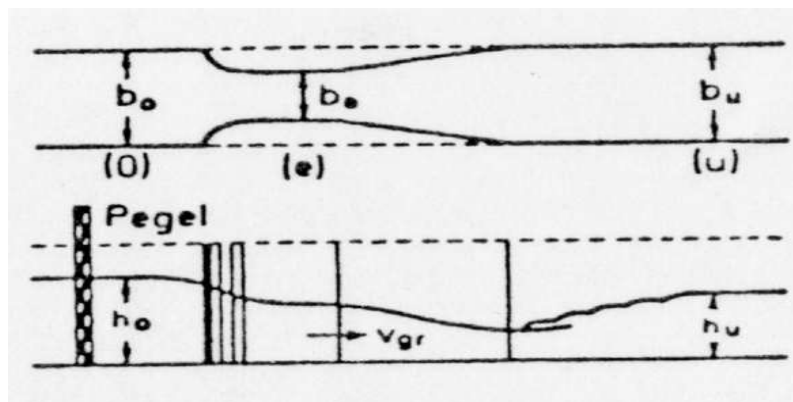


Abb. 65: Venturikanal mit beidseitiger Gerinneeinengung bei durchgehender Sohle (aus HOLTORFF (1995))

Beim Venturikanal wird durch eine Verengung des Fließquerschnittes ein Kontrollquerschnitt geschaffen (Fließwechsel: strömend - schießend). Somit ergibt der Wasserstand oberhalb ein eindeutiges Maß für den Durchfluß. Der Vorteil gegenüber Meßwehren liegt im geringen Fallhöhenverlust (Anwendung in der Kanalisationstechnik).

### 7.5.4 Pegel

Der Wasserstand in natürlichen Gerinnen wird durch Pegel erfaßt (Lattenpegel, Schwimmerpegel).

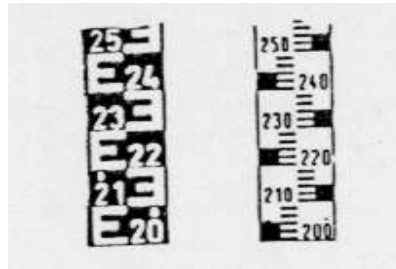


Abb. 66: Standardlattenpegel (aus HOLTORFF (1995))

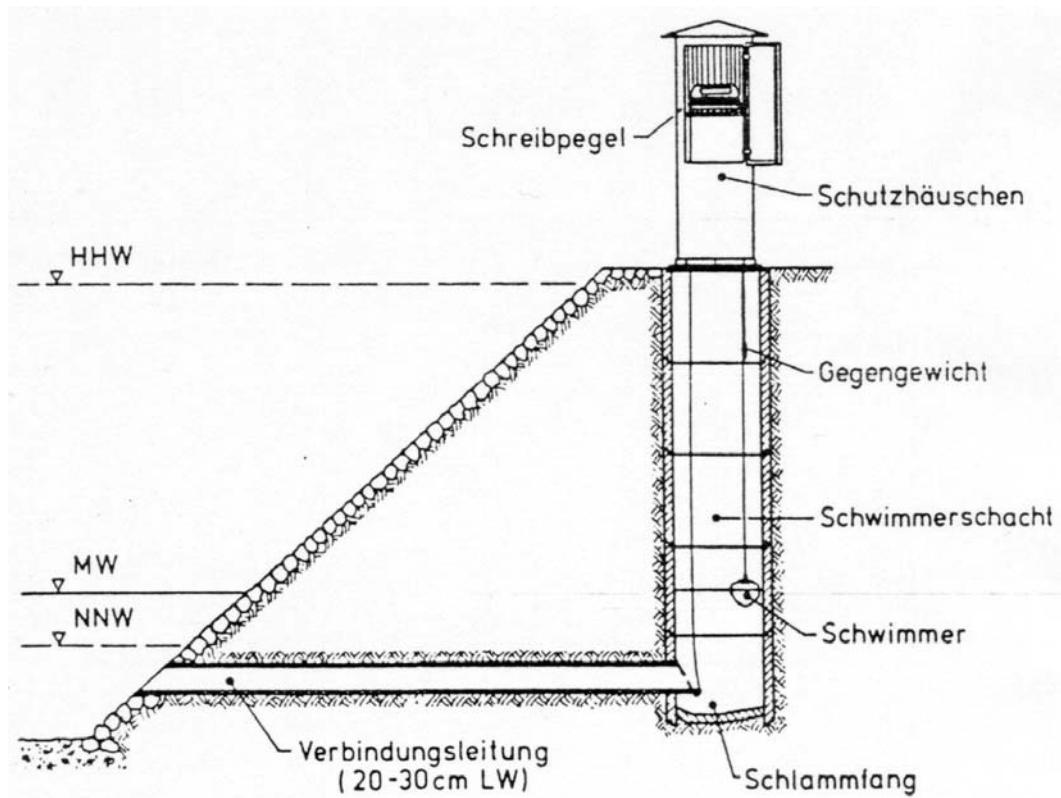


Abb. 67: Schwimmerschachtpegel (aus {scshape Holtorff (1995))

Pegel sollten in einem Meßquerschnitt liegen, der folgende Bedingungen erfüllt:

1. gerades, regelmäßiges Zulaufgerinne (keine Rückströmung)
2. kein Rückstau von unterhalb bei Hochwässern
3. vollständige Erfassung des Abflusses
4. Zugänglichkeit bei Hochwasser
5. stabile Sohlenlage
6. gute Meßempfindlichkeit (schlecht: kleines  $\Delta h$  - großes  $\Delta Q$ )

Um kontrollierten Abfluß zu erhalten, werden unterhalb eines Pegels oft kleine Schwellen oder Schneiden eingebaut, die einen (meist unvollkommenen) Überfall erzeugen.

Gemessen wird der Wasserstand  $h$ ; zur Ermittlung der Wasserstand - Abfluß - Beziehung  $h = f(Q)$  (Abflußkurve) müssen vor und während des Betriebs eines Pegels Eichmessungen durchgeführt werden (Abflußmessungen über Fließgeschwindigkeiten im Querschnitt).

### 7.5.5 Abflußmessung über die Messung der Fließgeschwindigkeit

Die Abflußmessung über Fließgeschwindigkeiten erfolgt durch die Integration von im Fließquerschnitt punktförmig durchgeführten Geschwindigkeitsmessungen.

Geschwindigkeitsverteilung in einem Fließquerschnitt

In einem Fließquerschnitt stellt sich eine (vertikal und horizontal) ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung ein. Ursachen: Rauigkeit des benetzten Querschnittes - Reibungskräfte - Turbulenz, Geschwindigkeitsgradienten (am festen Rand Geschwindigkeit  $v = 0$ )

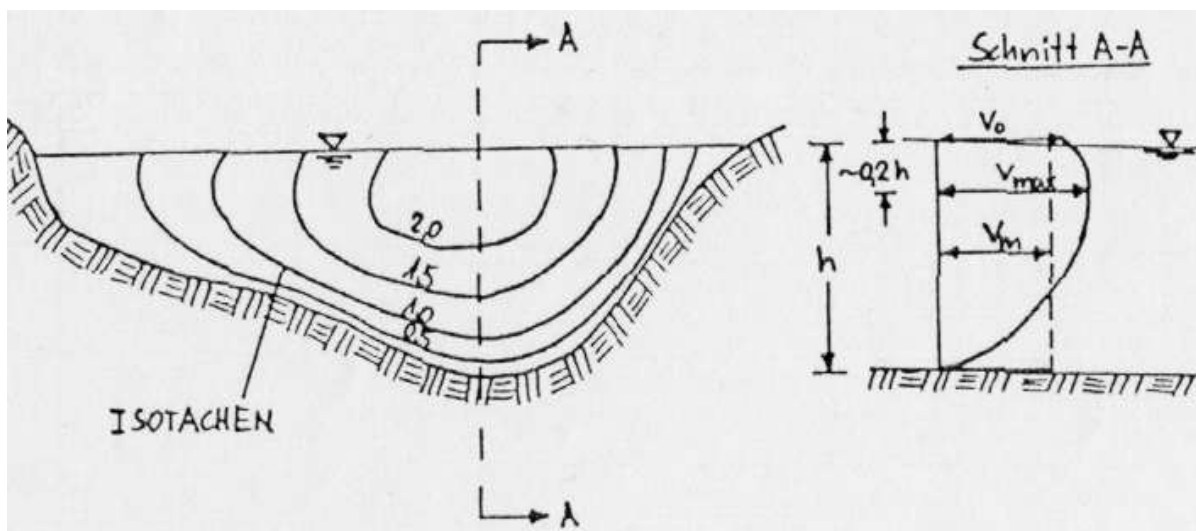


Abb. 68: Geschwindigkeitsverteilung in einem Fließquerschnitt

$v_{max}$  = maximale Fließgeschwindigkeit

$v_0$  = Oberflächengeschwindigkeit

$v_m$  = mittlere Geschwindigkeit =  $\frac{Q}{A}$

i. d. Regel gilt:  $v_m < v_0 < v_{max}$

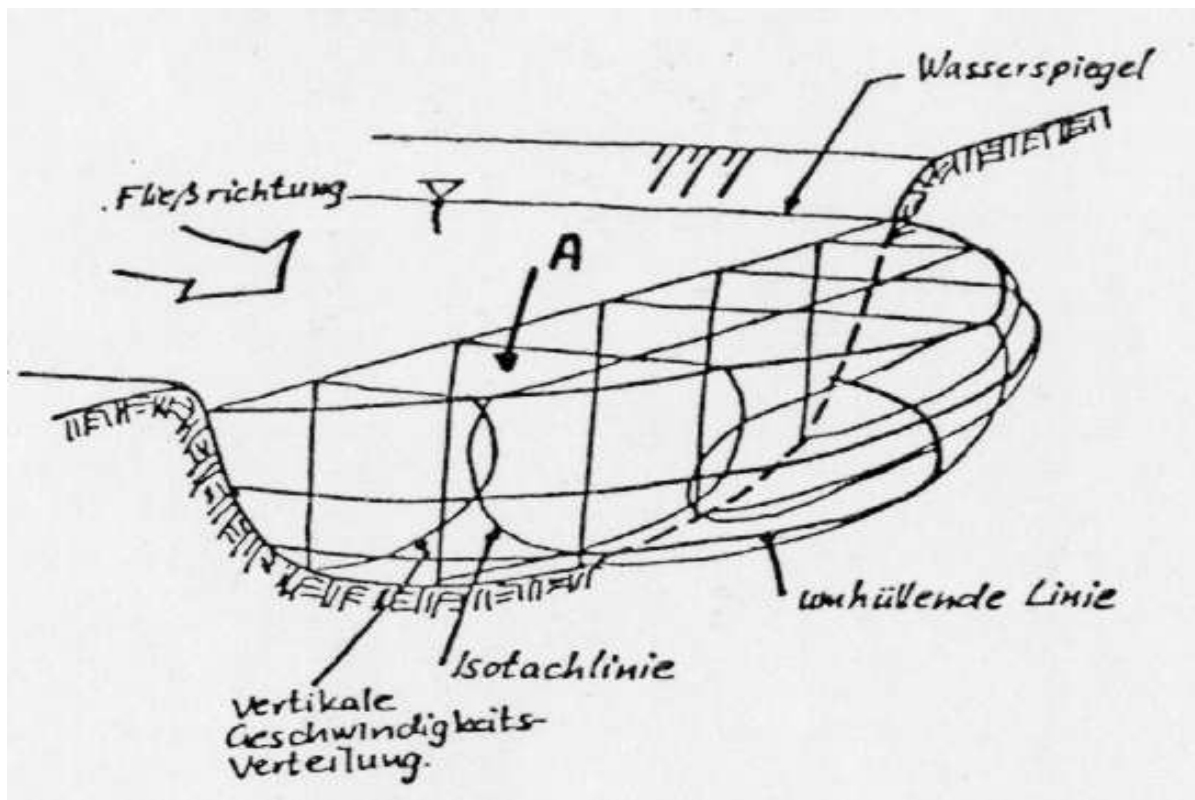


Abb. 69: Abflußkörper

Darstellung des Abflusses  $Q$  durch den Abflußkörper

Interpretation: Volumen des Abflußkörpers = die Wassermenge, die den Querschnitt in einer Sekunde durchfließt.

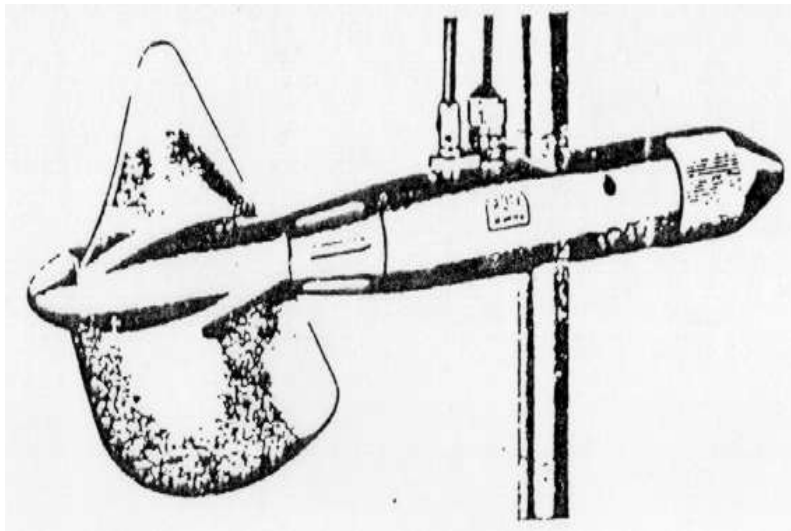


Abb. 70: Meßfügel zur Geschwindigkeitsmessung (Firma Ott)(aus HOLTORFF (1995)

Beispiel 1: Auswertung von Geschwindigkeitsmessungen mit Meßfügel

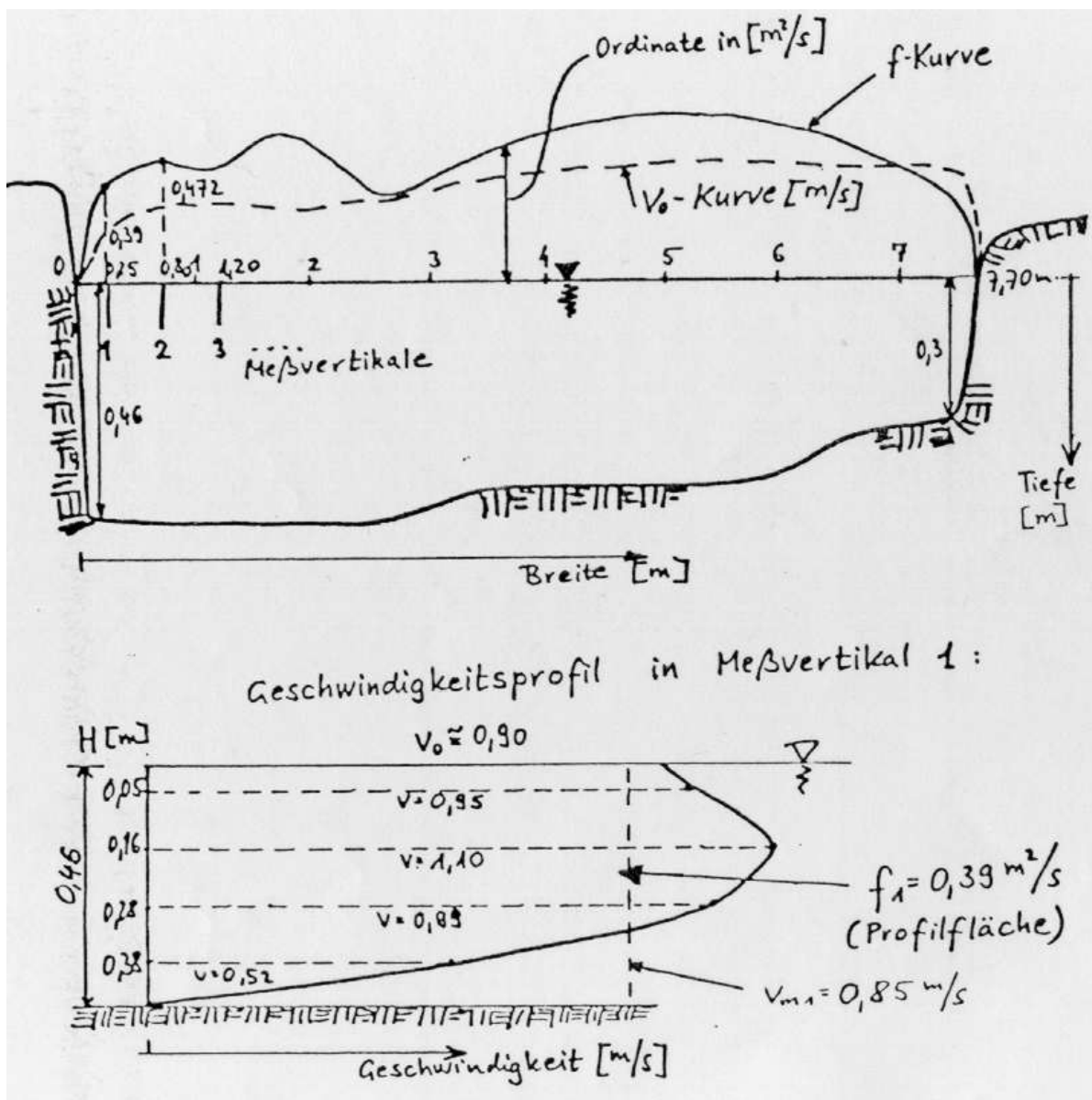


Abb. 71: Beispiel zur Geschwindigkeitsauswertung

gesucht:

$$Q = \int_A v dA = \int_{\text{Breite}} \int_{\text{Tiefe}} v(x, z) dz dx; v_m, v_o, v_{om}$$

Vorgehensweise und Ergebnisse:

1. Planimetrieren der Profilfläche:  $f_1 = 0,39 \text{ m}^2/\text{sec}$  (vertikale Integration)
2. mittlere Geschwindigkeit:  $v_{m,1} = \frac{f_1}{H_1} = \frac{0,39}{0,46} = 0,85 \text{ m/s}$
3. Abschätzen  $v_o$  (aus Zeichnung) = 0,90 m/s
4. f - Werte über Wasserspiegel eintragen

5. f - Kurve planimetrieren (Integration in Querrichtung), Ergebnis: Fläche unter der f - Kurve ergibt  $Q = 3,07m^3/s$
6. Querschnittsfläche: A (benetzt)  $A = 3,14m^2$ ; mittlere Geschwindigkeit

$$v_m = \frac{Q}{A} = \frac{3,07}{3,14} = 0,98m/s$$

7.  $v_o$  - Werte über Wasserspiegel eintragen
8.  $v_o$  - Kurve planimetrieren:  $A_{v_o}$
9. mittlere Oberflächengeschwindigkeit

$$v_{om} = \frac{A_{v_o}}{B} = 1,29m/s \quad (B = \text{Wasserspiegelbreite})$$

10. Verhältnis

$$\frac{v_m}{v_{om}} = \frac{0,98}{1,29} = 0,76$$

es wird angenommen, daß dieses Verhältnis konstant ist.

Verwendung dieser Verhältniszahl: Für die Abschätzung von Hochwasserabflüssen, wenn nur die Oberflächengeschwindigkeitsmessung möglich ist.

## 7.6 Abflußkurve

Unter einer Abflußkurve (auch *Schlüsselkurve* genannt) versteht man den Zusammenhang von Wasserstand  $h$  als Funktion des Durchflusses (*Abflusses*  $Q$ ). Da in Routinefällen in einem Fluss meist nur der Wasserstand gemessen werden kann, ist diese Funktion entscheidend für die Angabe der Durchflusswerte. Fehler bzw. Ungenauigkeiten in der Abflusskurve schlagen sich direkt (und verstärkt) in Fehlern bei der Angabe von Abflusswerten (auf Basis gemessener Wasserstände) nieder.

Aufstellen und Extrapolation einer Abflußkurve  $h = f(Q)$  (früher: Schlüsselkurve)

- Aufstellen einer Abflußkurve
  - Auftragen der Meßergebnisse aus Abflußmessungen über Fließgeschwindigkeiten für einen möglichst breiten Bereich von Wasserständen - Wertepaare( $h$ ,  $Q$ )
  - Anpassung der Abflußkurve (nach Augenschein, graphisch mit Logarithmenpapier, rechnerisch nach Methode der kleinsten Fehlerquadrate)
- Extrapolation der Abflußkurve
  - Extrapolation der benetzten Querschnittsfläche  $A = f_1(h)$  mit Hilfe bekannter Gerinnegeometrie
  - Extrapolation der mittleren Geschwindigkeit  $v_m = f_2(h)$  mit Hilfe hydraulischer Ansätze
  - Extrapolation des Abflusses  $Q = f_3(h)$  durch berechnete Punkte  $Q = v_m \cdot A$



- Beispiel  
 Am Pegel P wurden die in Abbildung 1 aufgetragenen Wertepaare (h,Q) gemessen. Es ist eine Abflußkurve nach Augenschein anzufertigen. Diese ist mit Hilfe der in Abbildung 2 angegebenen Kurven  $A = f_1(h)$  und  $v_m = f_2(h)$  bis  $h \approx 100\text{cm}$  zu extrapolieren.

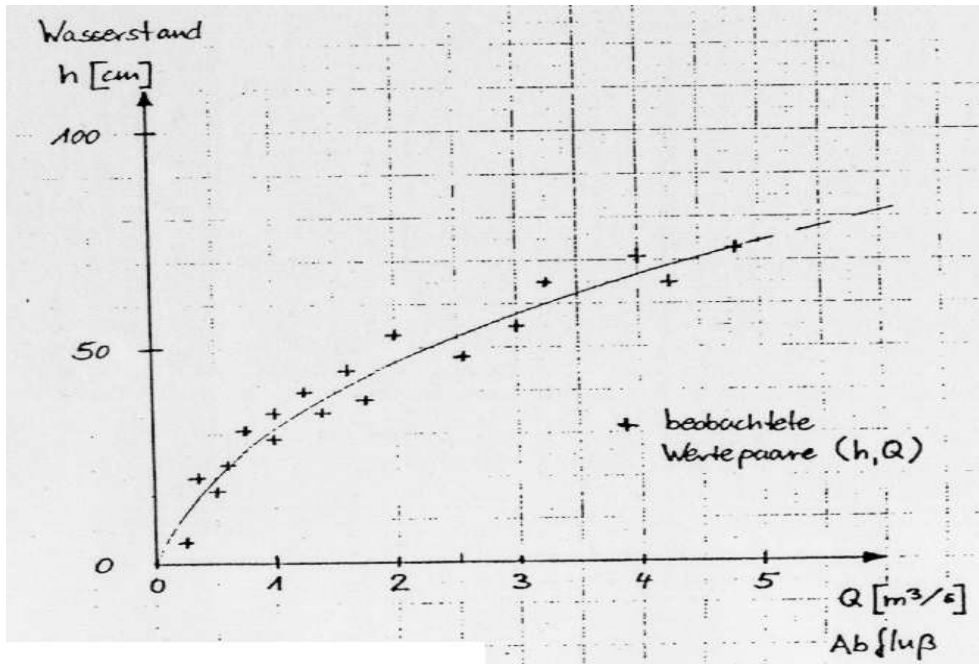


Abb. 72: Abflußkurve

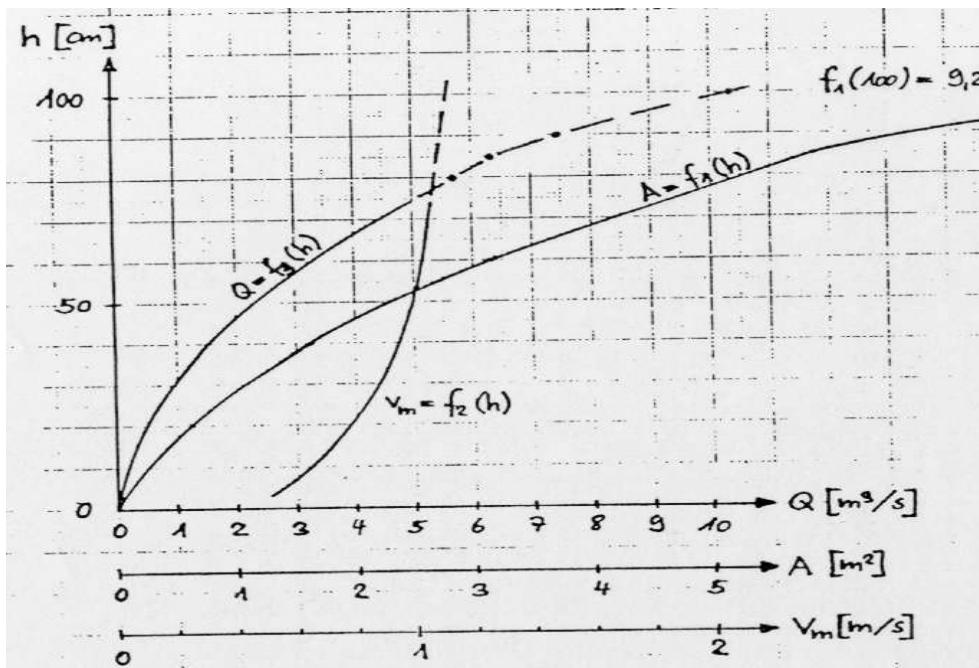


Abb. 73: Extrapolation der Abflußkurve

Tabelle zur Extrapolation:

$h[\text{cm}]$	80	85	90	...	100
$A[\text{m}^2]$	5,28	5,82	6,75	...	9,24
$v_m[\text{m/s}]$	1,078	1,085	1,105	...	1,12
$Q[\text{m}^3/\text{s}]$	5,69	6,31	7,46	...	10,35

## 7.7 Abflußganglinie

Darstellung des Abflusses  $Q$  in einem Querschnitt über der Zeit  $t$

### 1. Komponenten der Abflußganglinie

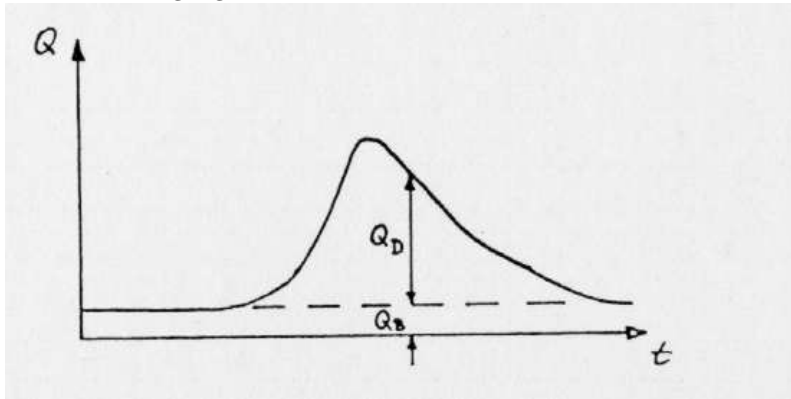


Abb. 74: Komponenten der Abflußganglinie

- $Q_D$  = Direktabfluß (Abfluß über der Bodenoberfläche und oberste Bodenschichten in den Vorfluter)
- $Q_B$  = Basisabfluß (Abfluß über den Grundwasserleiter zum Vorfluter)

2. Niederschlag und Direktabfluß Für ein Ereignis der Dauer  $T[\text{h}]$  gilt zwischen Niederschlag und Direktabfluß folgende Bilanz:

$$\int_0^T Q_D dt = \text{Zeichen} \cdot A_E \cdot \int_0^T I_G dt = \text{Zeichen} \cdot A_E \cdot N_G$$

wobei Zeichen = Abflußbeiwert.

- Beispiel: Abflußkomponenten, Abflußbeiwert  
Gegeben sei die in Abb. 75 dargestellte Wasserstandsganglinie, die am Pegel P des C-Baches infolge eines gemessenen Regenereignisses beobachtet wurde. Es gilt die in Beispiel 2 aufgestellte Abflußkurve.  
Die am Pegel abgelaufene Hochwasserwelle soll in Form der Abflußganglinie dargestellt werden. Direktabfluß und Basisabfluß sollen gekennzeichnet werden. Der Abflußbeiwert zeichen ist zu ermitteln.

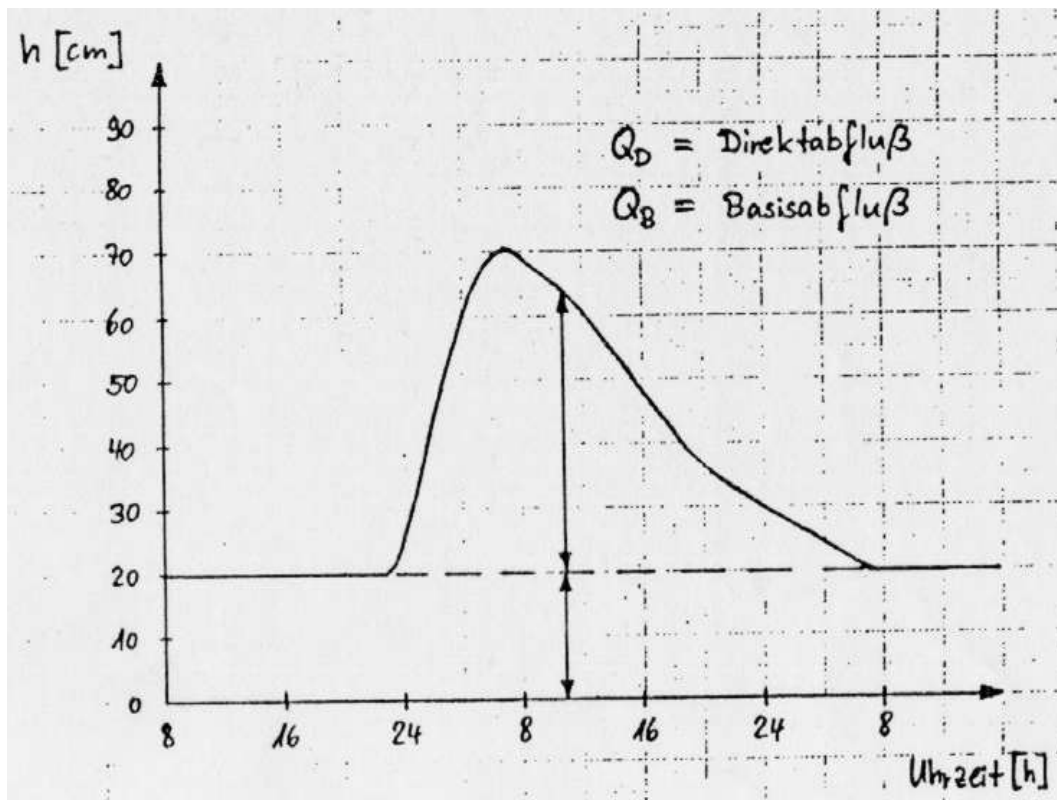


Abb. 75: Wasserstandsganglinie

- Lösung: die Wasserstände aus Abb.75 werden punktweise abgetastet und über die Abflußkurve in Abflüsse transformiert. Der Basisabfluß ergibt sich konstant zu  $0,0m^3/s$ .

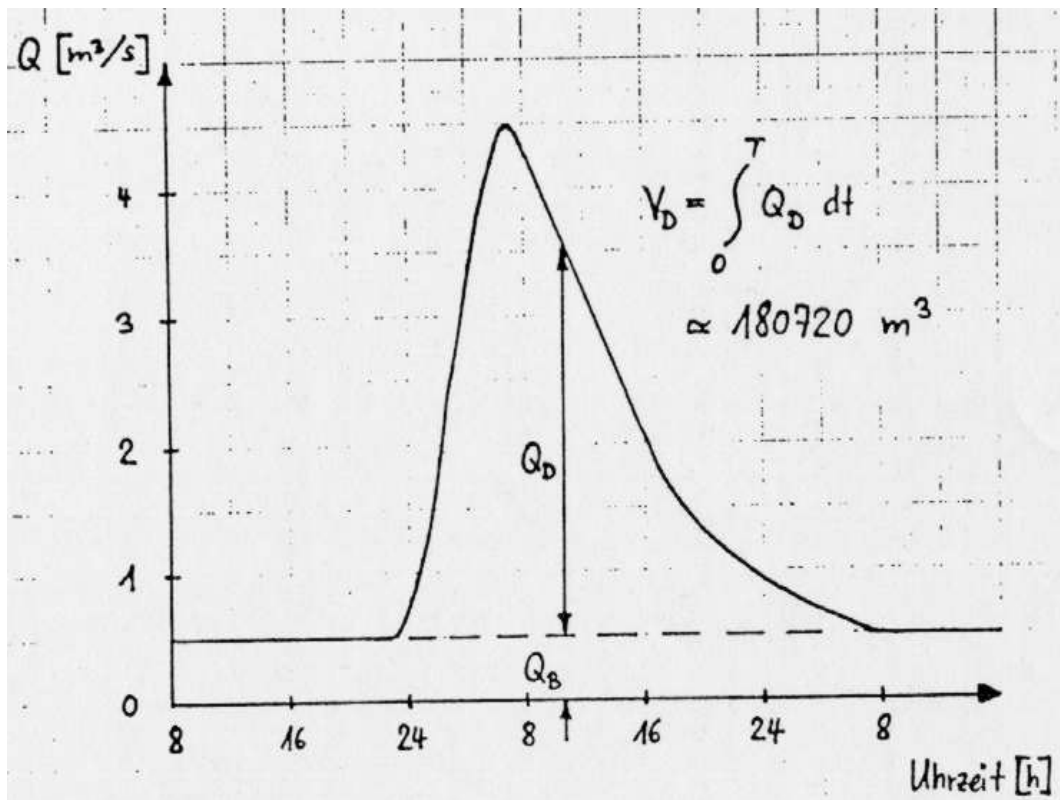


Abb. 76: Abflußganglinie

- Abflußbeiwert  $Zeichen = \frac{\int_0^T Q_D dt}{A_E \cdot N_G} = \frac{V_D}{V_N}$
- aus Ganglinie:  $V_D = 180720 m^3$ ;  $V_N = 705000 m^3$
- aus Niederschlagswertung  $z = \frac{180720}{705000} \cdot 100 = 25,6\%$

## 7.8 Abflußstatistik

### Definitionen

Unterschreitungswahrscheinlichkeit

$$P(X < x) = P_u(x) = F_x(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

Überschreitungswahrscheinlichkeit

$$P(X > x) = P_{\bar{u}}(x) = 1 - P_u(x) = 1 - F_x(x)$$

### Bestimmung statistischer Parameter

Mittelwert  $\bar{x} = 1/n \sum x_i$

Varianz  $s_{x^2} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$

Standardabweichung  $s_x = \sqrt{s_{x^2}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$

Variationskoeffizient  $c_v x = \frac{s_x}{\bar{x}}$

Schiefekoeffizient  $c_{sx} = \frac{n \sum (x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2) s_{x^3}}$

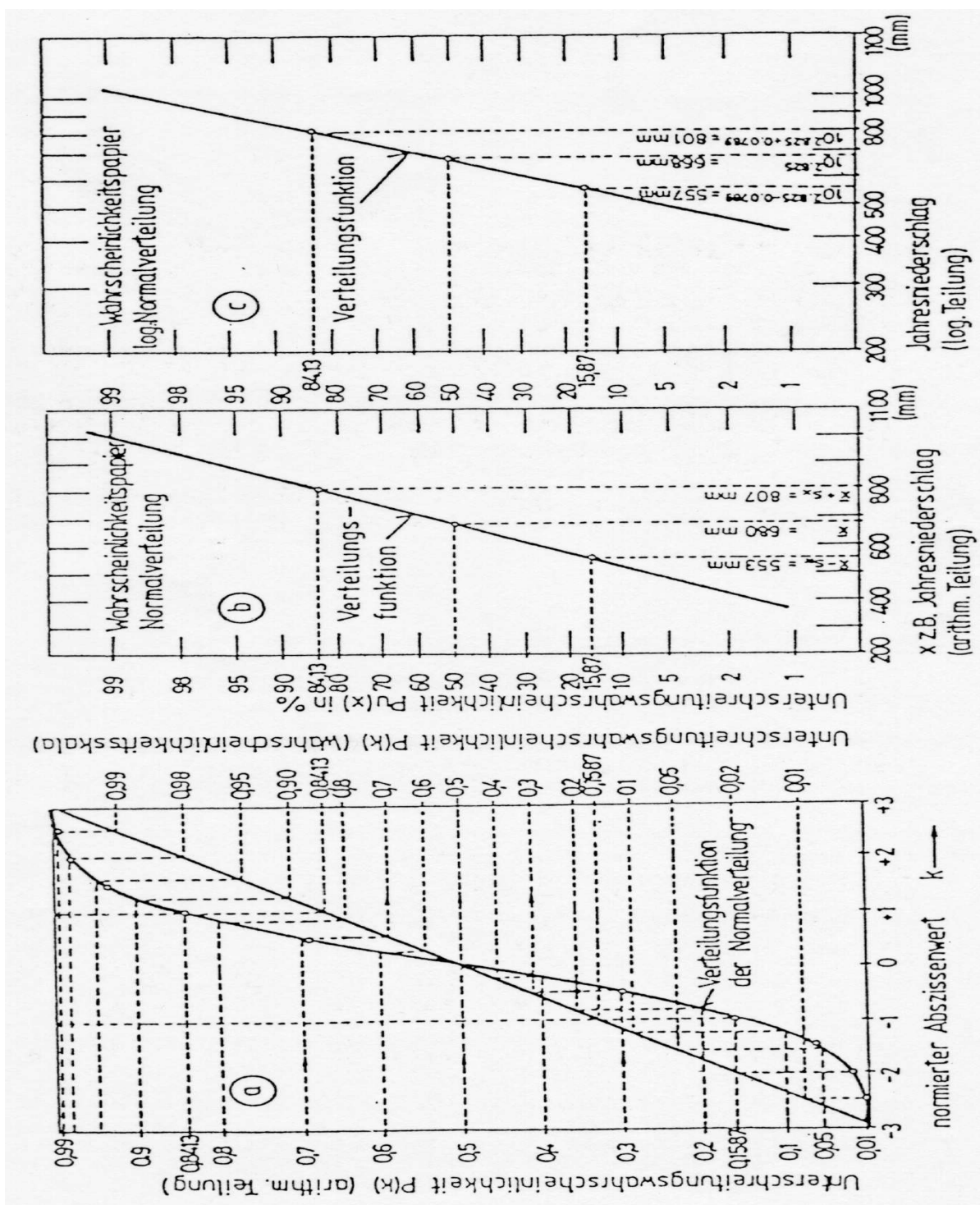


Abb. 77: Entwicklung einer normalverteilten Wahrscheinlichkeitsachse und Darstellung der Normalverteilung als Gerade; b) Benutzung der Wahrscheinlichkeitsachse zur Darstellung der Verteilung der Jahresniederschläge der Station Hohenheim als Gerade; c) wie b), jedoch bei logarithmischer Teilung der Merkmalsachse als log. Normalverteilung

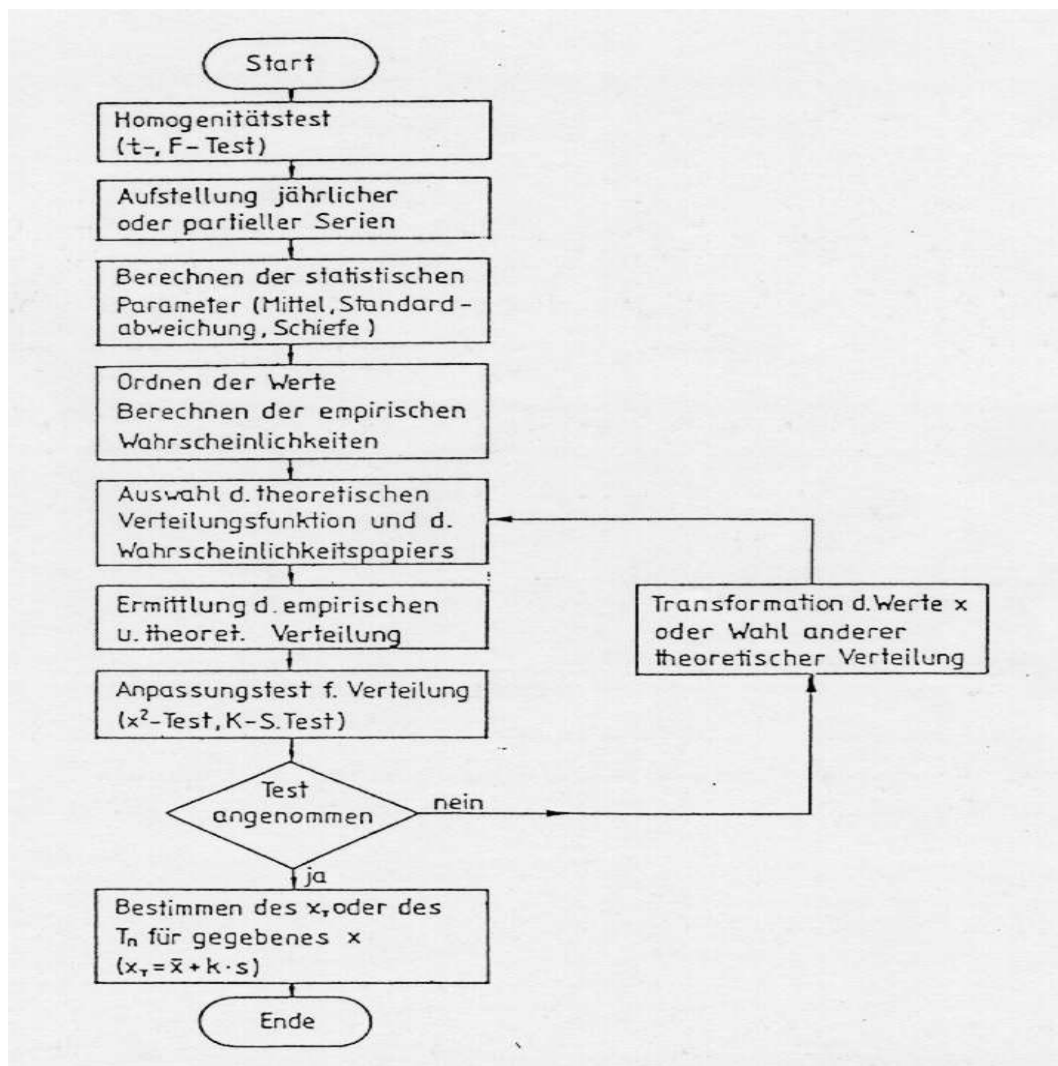


Abb. 78: Ablaufdiagramm zur analytischen Ermittlung eines Hoch- oder Niedrigwassers vorgegebener Eintrittshäufigkeit mit Anpassungstest (PLATE (1980))

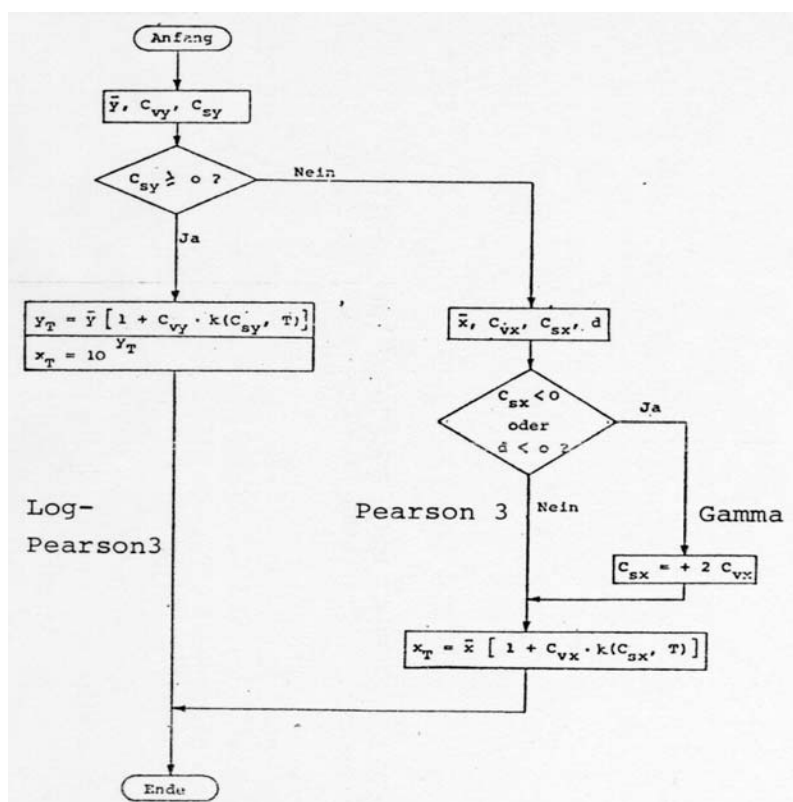


Abb. 79: Ablaufdiagramm (nach PLATE (1980))

Folgende Rechnungsschritte sind im einzelnen auszuführen:

- 1.) Berechne  $y_i$  durch Logarithmieren der Beobachtungswerte  $x_i$ .
- 2.) Berechne  $\bar{y}$ ,  $C_{vy}$  und  $C_{sy}$  aus den  $y_i$ .
- 3.) Ist  $C_{sy}$  größer oder gleich Null, so berechne den gesuchten T-jährlichen Hochwasserabfluß  $x_T$  für die Wiederholungszeitspanne T:  
 $y_T = \bar{y} + s_y k(C_{sy}, T)$  bzw.  
 $y_T = n\bar{y} [1 + C_{vy} k(C_{sy}, T)]$   
 Die k-Werte nach Pearson sind aus der Tafel zu entnehmen (lineare Interpolation).  
 $k_T = 10^{y_T}$  bei Verwendung dekadischer Logarithmen bzw.  
 $x_T = e^{y_T}$  bei Verwendung natürlicher Logarithmen.  
 Der Rechnungsgang ist hier beendet.

- 4.) Ist  $C_{sy}$  kleiner Null, so berechne  $\bar{x}$ ,  $C_{vx}$ ,  $C_{sx}$  und  $d$  aus den  $x_i$ .
- 5.) Ist  $C_{sx}$  kleiner Null oder  $d$  kleiner Null, so setze  $C_{sx} = +2C_{vx}$ ; weiter mit Schritt 7.
- 6.) Ist  $C_{sx}$  und  $d$  größer oder gleich Null, weiter mit Schritt 7.
- 7.) Berechne den gesuchten T-jährlichen Hochwasserabfluß  $x_T$  für die Wiederholungszeitspanne T:  
 $x_T = \bar{x} + s_x k(C_{sx}, T)$  bzw.  
 $x_T = \bar{x} [1 + C_{vx} k(C_{sx}, T)]$   
 Die k-Werte nach Pearson sind der Tafel zu entnehmen (lineare Interpolation). Der Rechnungsgang ist hier beendet.



Schiefeffizient C <sub>sk</sub> bzw. C <sub>sv</sub>	Wiederholungszeitspanne T in Jahren													
	1,01	2	2,5	3	5	10	20	25	40	50	100	200	500	1000
0	-2,326	0,000	0,253	0,440	0,842	1,282	1,645	1,751	1,960	2,054	2,326	2,576	2,878	3,090
0,1	-2,252	-0,017	0,238	0,417	0,836	1,292	1,673	1,785	2,007	2,107	2,400	2,670	3,004	3,233
0,2	-2,178	-0,033	0,222	0,403	0,830	1,301	1,700	1,818	2,053	2,159	2,473	2,763	3,118	3,377
0,3	-2,104	-0,050	0,205	0,388	0,824	1,309	1,726	1,849	2,098	2,211	2,544	2,856	3,244	3,521
0,4	-2,029	-0,066	0,189	0,373	0,816	1,317	1,750	1,830	2,142	2,261	2,615	2,949	3,366	3,666
0,5	-1,955	-0,083	0,173	0,358	0,808	1,323	1,774	1,910	2,185	2,311	2,686	3,041	3,488	3,811
0,6	-1,880	-0,099	0,156	0,342	0,800	1,328	1,797	1,939	2,227	2,359	2,755	3,132	3,609	3,956
0,7	-1,806	-0,116	0,139	0,327	0,790	1,333	1,819	1,967	2,268	2,407	2,824	3,223	3,730	4,100
0,8	-1,733	-0,132	0,122	0,310	0,780	1,336	1,839	1,993	2,308	2,453	2,891	3,312	3,850	4,244
0,9	-1,660	-0,148	0,105	0,294	0,769	1,339	1,859	2,018	2,346	2,498	2,957	3,401	3,969	4,388
1,0	-1,588	-0,164	0,088	0,277	0,758	1,340	1,877	2,043	2,384	2,542	3,022	3,489	4,088	4,531
1,1	-1,518	-0,180	0,070	0,270	0,745	1,341	1,894	2,066	2,420	2,585	3,087	3,575	4,206	4,673
1,2	-1,449	-0,195	0,053	0,242	0,732	1,340	1,910	2,087	2,455	2,626	3,149	3,661	4,323	4,815
1,3	-1,383	-0,210	0,036	0,225	0,719	1,339	1,925	2,108	2,489	2,666	3,122	3,745	4,438	4,955
1,4	-1,318	-0,225	0,018	0,207	0,705	1,337	1,938	2,128	2,521	2,706	3,271	3,828	4,553	5,095
1,5	-1,256	-0,240	0,001	0,189	0,690	1,333	1,951	2,146	2,552	2,743	3,330	3,910	4,667	5,234
1,6	-1,197	-0,254	-0,016	0,171	0,675	1,329	1,962	2,163	2,582	2,780	3,388	3,990	4,779	5,371
1,7	-1,140	-0,268	-0,033	0,153	0,660	1,324	1,972	2,179	2,611	2,815	3,444	4,069	4,890	5,507
1,8	-1,087	-0,282	-0,050	0,135	0,643	1,318	1,981	2,193	2,638	2,848	3,499	4,147	5,000	5,642
1,9	-1,037	-0,294	-0,067	0,117	0,627	1,310	1,989	2,207	2,664	2,881	3,553	4,223	5,108	5,775
2,0	-1,990	-0,307	-0,084	0,099	0,609	1,302	1,996	2,219	2,689	2,912	3,605	4,298	5,215	5,908
2,1	-0,946	-0,319	-0,100	0,081	0,592	1,293	2,001	2,230	2,712	2,942	3,656	4,372	5,320	6,039
2,2	-0,905	-0,330	-0,116	0,063	0,574	1,284	2,006	2,240	2,735	2,970	3,705	4,444	5,424	6,168
2,3	-0,867	-0,341	-0,131	0,045	0,555	1,273	2,009	2,248	2,755	2,997	3,753	4,515	5,527	6,296
2,4	-0,832	-0,351	-0,147	0,027	0,537	1,262	2,011	2,256	2,775	3,023	3,800	4,584	5,628	6,423
2,5	-0,799	-0,360	-0,161	0,010	0,518	1,250	2,012	2,262	2,793	3,048	3,845	4,652	5,728	6,548
2,6	-0,769	-0,369	-0,176	-0,007	0,499	1,238	2,013	2,267	2,811	3,071	3,889	4,718	5,827	6,672
2,7	-0,740	-0,377	-0,189	-0,024	0,480	1,224	2,012	2,272	2,827	3,093	3,932	4,783	5,923	6,794
2,8	-0,714	-0,384	-0,203	-0,041	0,460	1,210	2,010	2,275	2,841	3,114	3,973	4,847	6,019	6,915
2,9	-0,690	-0,390	-0,215	-0,057	0,440	1,195	2,007	2,277	2,855	3,134	4,013	4,909	6,113	7,034
3,0	-0,667	-0,396	-0,227	-0,073	0,420	1,180	2,003	2,278	2,867	3,152	4,051	4,970	6,205	7,152

Tab. 12: K - Werte für die Pearson - 3 - Verteilung

Berechnung der statistischen Parameter

- $x_1, x_2, \dots, x_i \dots x_N$  Beobachtungswerte
- $y_1, y_2, \dots, y_i \dots y_N$  natürliche (ln x) oder dekadische (lg x) Logarithmen der Beobachtungswerte

Die folgenden Formeln werden nur für die Beobachtungswerte aufgeschrieben. Für deren Logarithmen gelten sie entsprechend, d. h.  $x_i$  wird in den Formeln durch  $y_i = \log x_i$  ersetzt.

Arithmetisches Mittel  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

Standardabweichung  $s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$

Variationskoeffizient  $C_{vx} = \frac{s_x}{\bar{x}}$

Schiefekoeffizient  $C_{sx} = \frac{N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{(N-1)(N-2)s_x^3}$

Grenze des Merkmalsbereichs  $d = \bar{x} \left(1 - \frac{2C_{vx}}{C_{sx}}\right)$

DVWK-Verfahren II

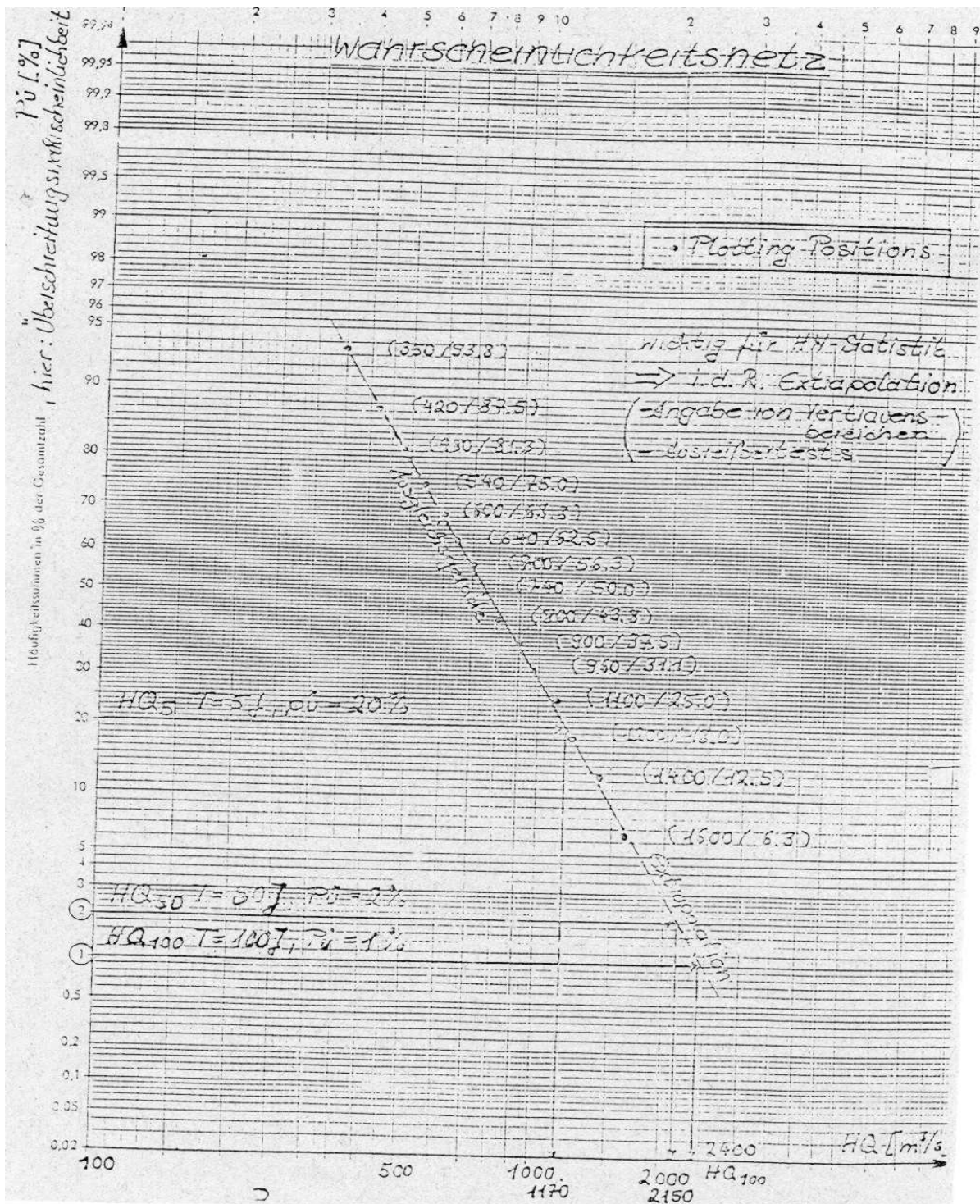


Abb. 80: Wahrscheinlichkeitsnetz

Jahr	HQ ( $m^3/s$ )	Jahr	HQ ( $m^3/s$ )
1957	1200	1967	350
1958	420	1968	960
1959	1600	1969	-
1960	800	1970	-
1961	1400	1971	-
1962	900	1972	600
1963	640	1973	1100
1964	-	1974	700
1965	-	1975	540
1966	480	1976	740

Tab. 13: Gesamte Information aus Abb. 81

Rang m	HQ ( $m^3/s$ )	PP = m /nH
1	1600	0,063 = 1/16
2	1400	0,125 = 2 /16
3	1200	0,180
4	1000	0,250
5	960	0,313
6	900	0,378
7	800	0,435
8	740	0,800
9	700	0,563
10	640	0,625
11	600	0,688
12	540	0,750
13	480	0,813
14	420	0,875
15	350	0,938

Tab. 14: Verwertbare Information aus Abb.81: (Jahresserie)

Die plotting positions können in etwa als Anhalt für das Wiederkehrintervall der Beobachtungswerte betrachtet werden.

Schritt 6) liefert:

- $P_{\bar{u}}(T = 5J) = 1170 \text{ m}^3/s$
- $P_{\bar{u}}(T = 50J) = 2150 \text{ m}^3/s$
- $P_{\bar{u}}(T = 100J) = 2400 \text{ m}^3/s$

#### Gewässerkundliche Hauptwerte

- MHQ 1960 - 1970 = Mittel der vorh. HQ 1960 - 1970 =  $790 \text{ m}^3/s$
- HQ 1960 - 1970 =  $1400 \text{ m}^3/s$
- NQ 1960 - 1970 =  $40 \text{ m}^3/s$

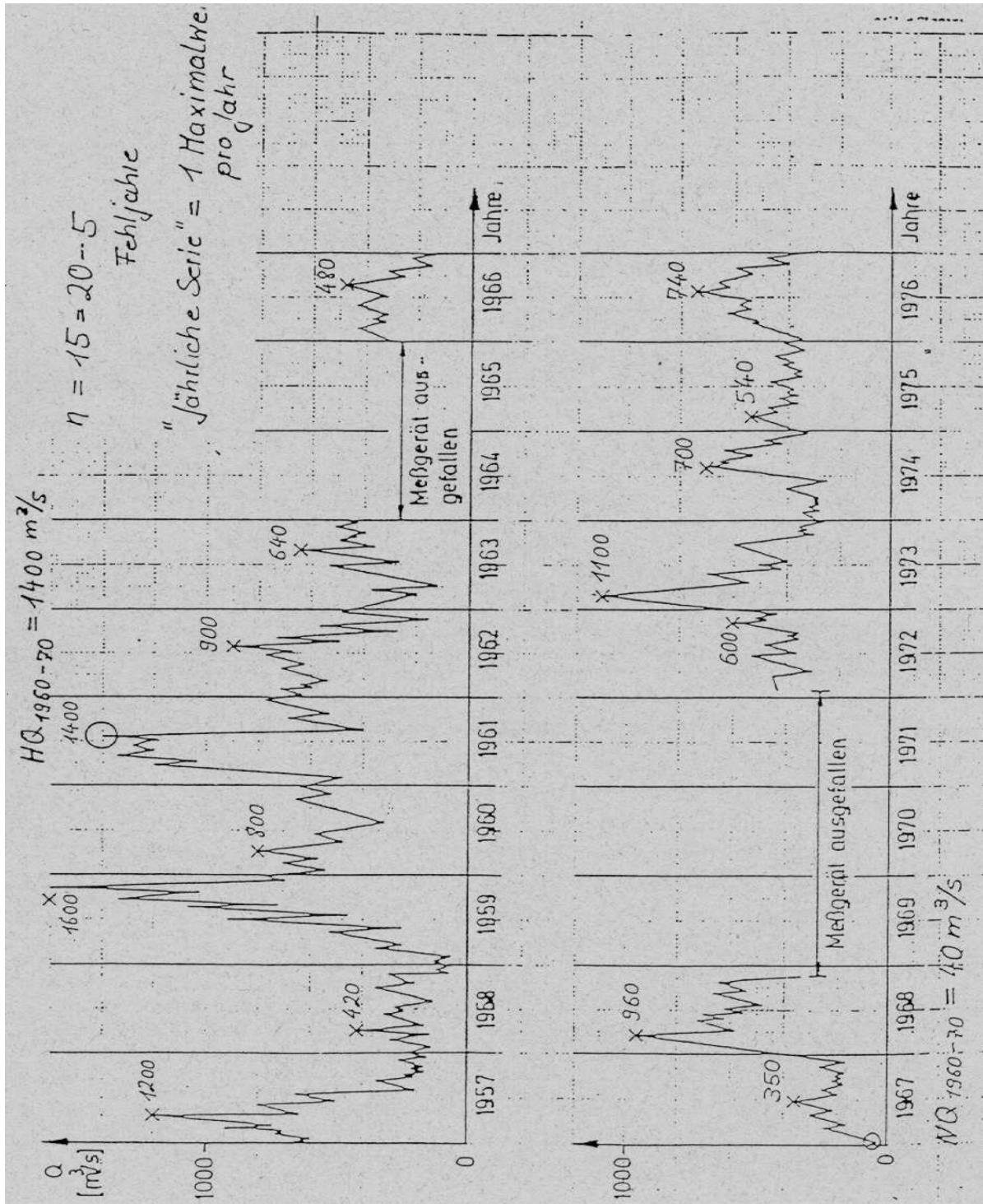


Abb. 81: Abflußganglinie

### Gewässerkundliche Hauptwerte

Zeichen für Grenz- und Mittelwerte			
des Wasserstandes in cm	des Abflusses in $m^3$	der Abflußspende in $l/skm^2$	Erklärung
NNW	NQN	NNq	unterster Grenzwert seit Beobachtungsbeginn
NW	NQ	Nq	unterer Grenzwert einer Jahresreihe
MNW	MNQ	MNq	Mittel der unteren Grenzwerte
MW	MQ	Mq	arithmetisches Mittel, zB. MQ(1971/80)
MHW	MHQ	MHq	Mittel der oberen Grenzwerte
HW	HQ	Hq	oberer Grenzwert der Jahresreihe
HHW	HHQ	HHq	oberster bislang beobachteter Wert

Tab. 15: Zeichen für mittlere und extreme Hauptwerte (aus DYCK & PESCHKE (1995))

		Nov.	Dez.	Jan.	Feb.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sep.	Okt.	Wi.	So.	Jahr
Jahr 1961	NQ	111	127	121	137	115	121	132	135	77,4	70,0	48,8	20,0	111	20,0	20,0
	MQ	122	143	148	153	144	147	135	149	94,7	79,6	66,8	65,5	143	97,0	120
	HQ	128	161	161	168	166	161	148	156	142	86,8	85,9	81,2	168	156	168
Jahr 1962	NQ	79,4	114	107	139	144	125	85,0	40,0	34,0	34,0	56,4	53,8	79,4	34,0	34,0
	MQ	99,7	134	124	151	158	137	100	72,5	69,0	52,9	69,3	65,6	134	71,6	102
	HQ	112	183	171	167	169	142	120	93,9	88,6	77,4	77,4	79,4	183	120	183
Jahr 1963	NQ	34,0	64,1	60,8	57,1	58,2	100	48,8	16,5	20,0	20,0	25,9	32,5	34,0	16,5	16,5
	MQ	63,8	81,7	73,5	60,1	94,4	113	91,6	41,6	28,8	33,0	40,6	50,7	81,3	47,8	64,4
	HQ	75,4	96,9	94,5	62,2	124	126	114	75,4	46,0	51,2	51,2	71,1	126	114	126
Jahr 1964	NQ	44,5	37,9	33,8	77,4	61,6	98,7	51,2	22,0	6,5	16,5	27,8	20,0	33,8	6,5	6,5
	MQ	72,7	70,4	52,0	102	81,9	112	91,8	45,1	34,9	51,3	44,7	65,1	81,5	55,6	68,5
	HQ	102	103	74,7	115	103	117	103	55,2	56,4	81,2	53,8	90,3	117	103	117
Jahr 1965	NQ	75,4	97,1	98,7	118	98,7	139	144	100	73,3	37,0	34,0	51,2	75,4	34,0	34,0
	MQ	89,1	102	112	126	120	143	147	121	87,8	75,0	67,2	70,1	115	94,7	105
	HQ	102	106	125	131	137	146	151	143	100	97,1	88,6	85,0	146	151	151
5-jährige Reihe 1961 bis 1965	$\Sigma NQ$	344,3	440,1	421,3	528,5	477,5	583,7	461,0	313,5	211,2	177,5	192,9	177,5	333,6	111,0	111,0
	$\Sigma MQ$	447,3	531,1	509,5	592,1	598,3	652,0	565,4	429,2	315,2	291,8	288,6	308,0	554,8	366,7	459,9
	$\Sigma HQ$	519,4	648,9	626,2	643,2	699,0	692,0	636,0	523,5	433,0	393,7	356,9	407,0	740,0	644,0	745,0
	NQ	34,0	37,9	33,8	57,1	58,2	98,7	48,8	16,5	6,5	16,5	25,9	20,0	33,8	6,5	6,5
	MNQ	68,9	88,0	84,3	105,7	95,5	116,7	92,2	62,7	42,2	35,5	38,6	35,5	66,7	22,2	22,2
	MQ	89,5	106,2	101,9	118,4	119,7	130,4	113,1	85,8	63,0	58,4	57,7	61,6	111,0	73,3	92,0
	MHQ	103,9	129,8	125,2	128,6	139,8	138	127,2	104,7	86,6	78,7	71,4	81,4	148,0	128,8	149,0
HQ	128	183	171	168	169	161	151	156	142	97,1	88,6	90,3	183	156	183	
15-jährige Reihe 1951 bis 1965	$\Sigma NQ$	1019,8	1218,4	1426,6	1628,3	1541,9	1645,0	1176,4	744,5	598,7	631,6	587,1	667,6	963,4	356,7	356,7
	$\Sigma MQ$	1280,7	1493,2	1690,1	1843,7	1849,0	1860,7	1520,0	1056,1	931,3	887,0	850,1	983,4	1669,0	1039,1	1350,6
	$\Sigma HQ$	1518,9	1769,9	1969,7	2058,8	2098,2	2024,0	1791,4	1342,4	1288,4	1153,3	1098,3	1253,3	2276,0	1852,4	2284,0
	NQ	20,0	25,9	33,8	57,1	58,2	72,2	27,8	10,7	6,5	5,0	6,5	8,4	20,0	5,0	5,0
	MNQ	67,9	81,2	95,2	109	103	109	78,6	49,6	39,9	42,1	39,2	44,5	64,2	23,8	23,7
	MQ	85,4	99,5	113	123	123	124	101	70,4	62,1	59,1	56,7	65,5	111	69,3	90,0
	MHQ	101	118	131	137	140	135	119	89,4	85,9	76,9	73,2	83,5	152	124	152
HQ	131	183	172	173	186	175	184	156	142	109	121	110	186	184	186	

Tab. 16: Beispiel: Haupttabelle der Durchflüsse in  $m^3 \cdot s^{-1}$  der Havel, Pegel Rathenow, in den Abflußjahren 1961 - 1965 und der Jahresreihe 1951 bis 1965 (nach DYCK & PESCHKE (1995))

## 7.9 Das Einheitsganglinienverfahren (Unit Hydrograph)

### 7.9.1 Allgemeines

#### Definition

Die Einheitsganglinie beschreibt, wie der Niederschlag  $N_e$  über die Zeit verteilt zum Abfluß kommt. Es gilt:

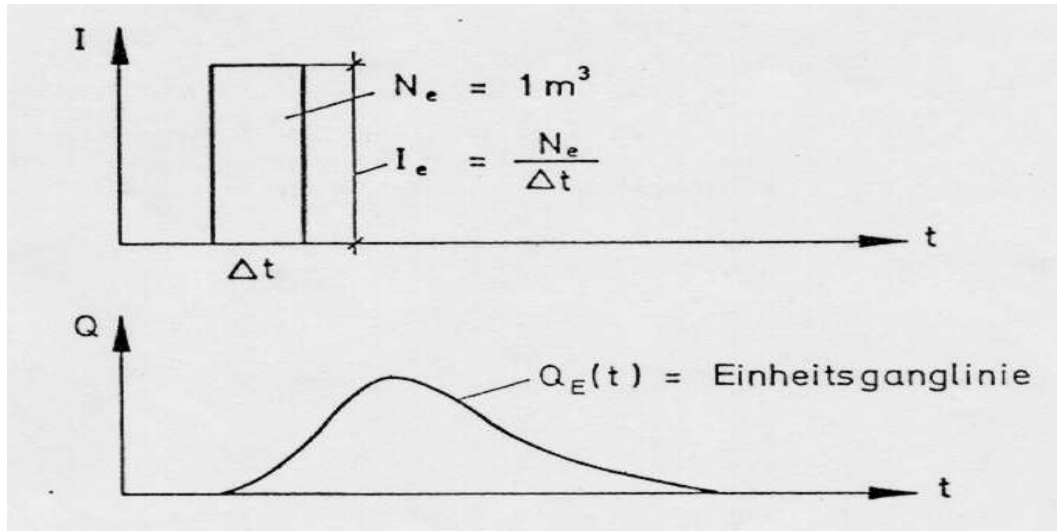


Abb. 82: Definition der Einheitsganglinien (PLATE (1980))

Zur Vereinfachung der Rechnung wird die Zeitachse in Zeitschritte der Dauer  $\Delta t$  eingeteilt. An die Stelle einer beliebigen Zeit  $t$  tritt die diskrete Zeit  $t = j \cdot \Delta t$ .

Für die diskretisierte Zeitachse wird die stetige Einheitsganglinie durch eine Stufenfunktion angenähert.

#### Abflußbestimmung durch Überlagerung

Es wird angenommen, daß sich Abflüsse infolge eines Niederschlages unabhängig davon ausbilden, was für Niederschlag davor schon gefallen ist.

Beispiel zur Illustration: Im Zeitintervall  $\Delta t$  zwischen  $0$  und  $1 \cdot \Delta t$  falle ein Niederschlag mit effektiver Intensität  $I_1$ . Diesem entspricht ein  $Q_{E1}$ .

Im Zeitintervall  $\Delta t$  zwischen  $1 \cdot \Delta t$  und  $2 \cdot \Delta t$  falle ein Niederschlag mit effektiver Intensität  $I_2$ . Diesem entspricht ein  $Q_{E2}$ . Dann ist  $Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t)$  der Gesamtabfluß.

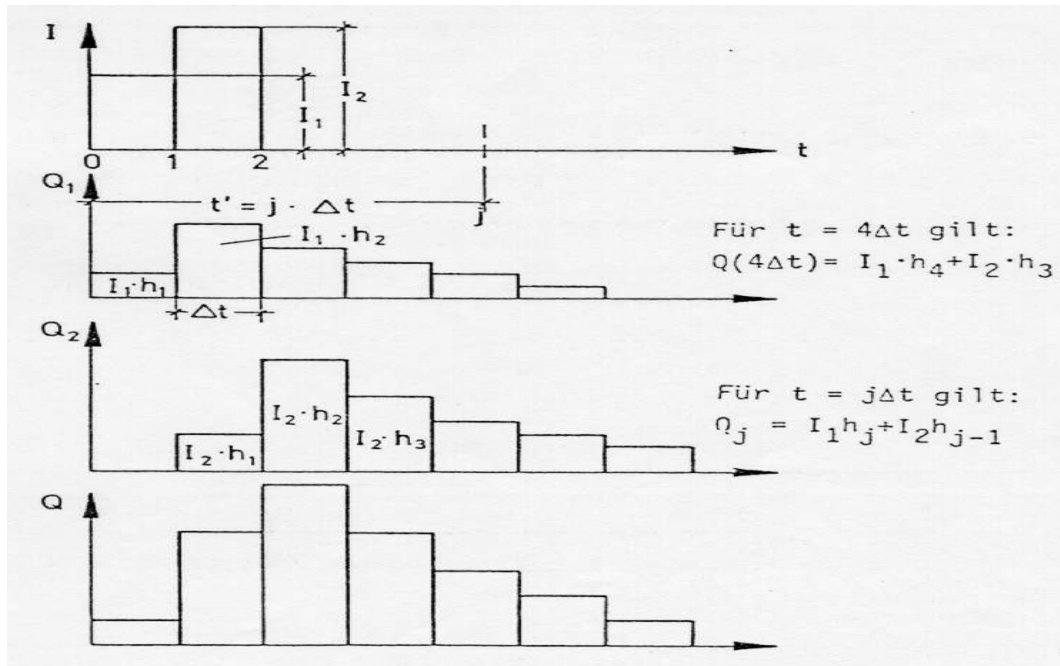


Abb. 83: Überlagerungsprinzip zur Einheitganglinienrechnung (PLATE (1980))

### Die Berechnungsformeln

Das Ergebnis läßt sich verallgemeinern auf viele Niederschlagsintervalle. Wir stellen fest:

- da wir annehmen, daß vor der Zeit  $t = 0$  kein Niederschlag erfolgte, kann auch kein Abfluß infolge eines Regens vor  $t = 0$  stattfinden;
- wenn wir den Abfluß zur Zeit  $t = j \cdot \Delta t$  betrachten, so brauchen wir Niederschläge nach der Zeit  $t = j\Delta t$  nicht zu berücksichtigen.

Hiermit folgt als Verallgemeinerung für  $t = \Delta t \cdot j$

$$Q_j = I_1 h_j + I_2 h_{j-1} + \dots + I_i h_{j-i+1} + I_{j-1} h_2 + I_j h_1$$

oder als Summenformel summiert über das allgemeine Glied dargestellt.

$$Q_j = \sum_{i=1}^j I_i h_{j-i+1}$$

### Anmerkungen

1. diese Formel kann auch geschrieben werden

$$Q_j = \sum_{k=1}^j I_{j-k+1} \cdot h_k$$

Dies erhält man wenn man einsetzt,  $k = j - i + 1$ , woraus folgt:  $i = j - k + 1$   $i = 1$   $k = j$ ,  $i = j$   $k = 1$ .

2. dies erlaubt die Berechnung von  $Q_j$  als Faltung

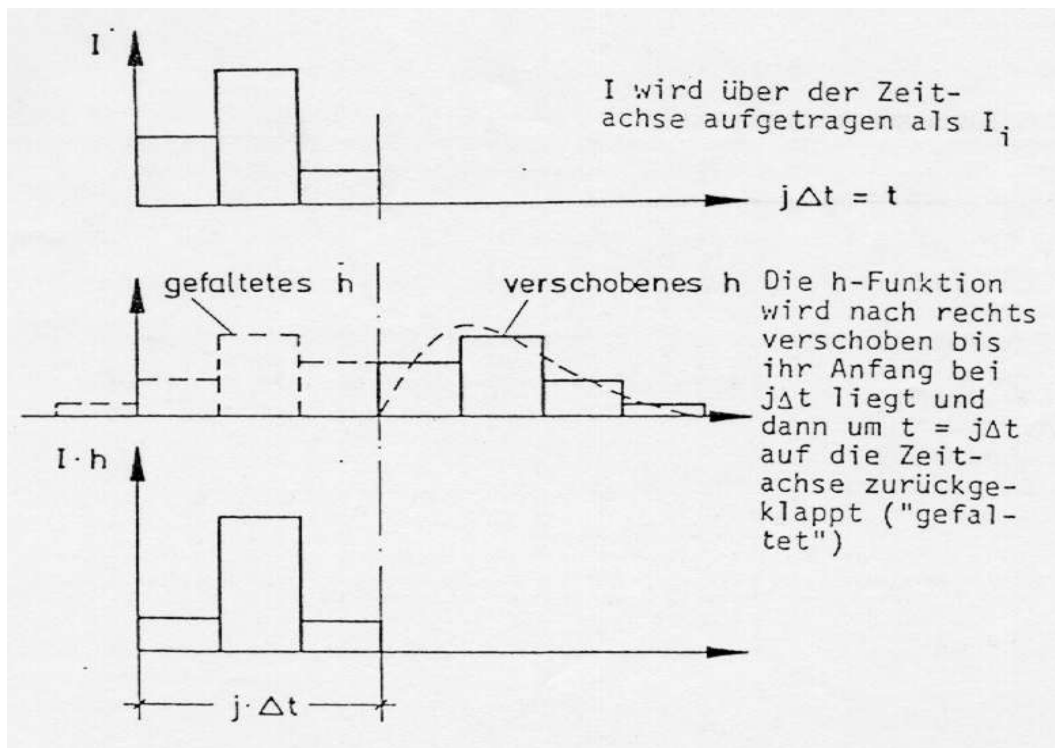


Abb. 84: Einheitsganglinienrechnung als Faltung (PLATE (1980))

## 7.9.2 Bestimmungsmethoden der Einheitsganglinie

### 7.9.2.1 Einheitsganglinie über Einzelordinaten:

Mit dem Kleinste-Quadrate-Verfahren werden die einzelnen Ordinaten der Einheitsganglinie so bestimmt, daß eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen der gemessenen und der aus den Niederschlägen berechneten Abflußganglinie entsteht. Für dieses Verfahren wird die Summe  $S$  der Abweichungsquadrate minimiert.

$$S = \sum_{j=1}^m (Q_{D,j} - Q_{D,j}^*)^2 \longrightarrow \min$$

$Q_{D,j}$  = gemessener Direktabfluß  
 $Q_{D,j}^*$  = gerechneter Direktabfluß aus:

$$Q_{D,j}^* = \frac{A_E}{3,6 \cdot \Delta t} \cdot \sum_{i=1}^j N_{eff,i} \cdot u_{j-i+1}$$



$m$	= Länge der Abflußganglinie in Zeitschritten von $\Delta t$
$A_E$	= Fläche des Einzugsgebietes in $[km^2]$
$N_{eff}$	= Effektivniederschlag in $[mm]$ in Zeitschritten von $\Delta t$
$u$	= Ordinaten der Einheitsganglinie in Zeitschritten von $\Delta t$
$\Delta t$	= Berechnungszeitschritte in $[h]$

Die Lösung der Optimierungsaufgabe führt zu einem linearen Gleichungssystem, das als Parameter die gesuchten Ordinaten der Einheitsganglinie beinhaltet. Die Länge der berechenbaren Einheitsganglinie ergibt sich zu  $l = m - n + 1$  Zeitschritten aus der Länge  $m$  der Abflußganglinie und der Länge  $n$  der Niederschlagsganglinie. Die Anwendung dieser Methode führt jedoch oft zu einem Oszillieren der Einzelordinaten der berechneten Einheitsganglinie.

### 7.9.2.2 Lineare Speicherkaskade

Die Einheitsganglinie wird über eine lineare Speicherkaskade über folgende kontinuierliche Funktion beschrieben:

$$u(t) = \frac{t^{n-1}}{k^n \cdot \Gamma(n)} \cdot e^{-t/k}$$

$n$	= Anzahl der Linearspeicher
$k$	= Speicherkonstante in $[h]$
$\Gamma(n)$	= Gamma - Funktion

Die Bestimmung der beiden Parameter  $n$  und  $k$  erfolgt über folgende Methoden:

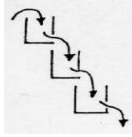
- **Momentenmethode:** Bei der Momentenmethode werden die Parameter der linearen Speicherkaskade aus den Momenten der gemessenen Niederschlags- und Abflußganglinie eines Hochwasserereignisses abgeleitet. Da jedoch die Momente sehr stark von der Annahme über den zeitlichen Verlauf des Basisabflusses abhängen und auch sehr empfindlich auf Fehler in den gemessenen Niederschlags- und Abflußganglinien reagieren, ist die Güte der Anpassung insbesondere bei langandauernden Hochwasserereignissen oft nicht befriedigend.
- **Methode der kleinsten Fehlerquadrate:** Um die Anpassung der Parameter  $n$  und  $k$  der linearen Speicherkaskade an die Abflußganglinie eines Hochwasserereignisses zu verbessern, kann in einem zweiten Schritt eine Optimierung der Parameter über das Kleinste - Quadrate - Verfahren durchgeführt werden. Diese Parameteroptimierung basiert dabei auf den Gleichungen 1 und 2, wobei die Ordinaten der Einheitsganglinie über Gleichung 3 ermittelt werden. Da im Gegensatz zu der Ermittlung der Einzelordinaten bei der Anwendung dieser Methode kein lineares Gleichungssystem entsteht, erfolgt eine iterative Parameterbestimmung (nichtlineares Verfahren).

Für die Bestimmung der Summe der Abweichungsquadrate nach Gleichung 1 kann eine zusätzliche Gewichtung eingeführt werden. Hierbei wird für die Ermittlung der Summe der Abweichungsquadrate der Scheitelpunkt der Ganglinie automatisch mit dem 3-fachen Gewicht gegenüber dem restlichen Teil der Ganglinie berücksichtigt.

### 7.9.2.3 Berechnung der Parameter n und k der linearen Speicherkaskade mit der Momentenmethode

Systemfunktion einer linearen Speicherkaskade mit gleichen Speicherkonstanten k

$$h(t) = \frac{t^{(n-1)}}{k^n (n-1)!} \cdot e^{-t/k}$$



für  $n \notin N$

$$h(t) = \frac{t^{n-1}}{k^n \cdot \Gamma(n)} \cdot e^{-t/k}$$

$k$  = Speicherkonstante (Zeit)  
 $n$  = Anzahl der Linearspeicher

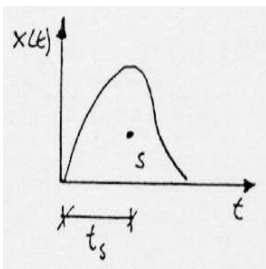
Erläuterungen zu Momenten

$$m_{xm} = \int_0^{\infty} t^m \cdot x(t) dt$$

m-tes Moment

0 - Moment:  $m_{x_0} = \int_0^{\infty} t^0 \cdot x(t) dt = \int_0^{\infty} x(t) dt =$  Fläche unter  $x(t)$

1-Moment:  $m_{x_1} = \int_0^{\infty} t \cdot x(t) dt = t_s \cdot m_{x_0} =$  statisches Moment



Zentralmomente

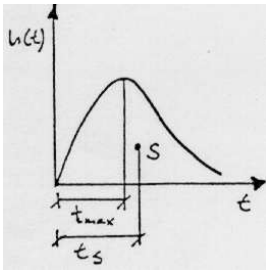
$$m_{x_{cm}} = \int_0^{\infty} (t - t_s)^m \cdot x(t) dt$$

1. Zentralmoment:  $m_{x_{c1}} = \int_0^{\infty} (t - t_s) x(t) dt = \int_0^{\infty} t x(t) dt - t_s \int_0^{\infty} x(t) dt = m_{x_1} - t_s \cdot m_{x_0}$

2. Zentralmoment:  $m_{x_{c2}} = \int_0^{\infty} (t - t_s)^2 x(t) dt$

Für die Systemfunktion  $h(t)$  gilt:

1.  $m_{h_0} = \int_0^{\infty} h(t) dt = 1$
2.  $m_{h_1} = t_s = n \cdot k$  (aus Einsetzung in Integralgleichung)
3.  $m_{h_{c2}} = n \cdot k^2$  (aus Einsetzung in Integralgleichung)
4.  $t_{max} = k \cdot (n - 1)$  (Aus Ableitung der  $h$  - Funktion)



$$\leftrightarrow n = \frac{m_{n_1}^2}{m_{n_{c2}}} \quad k = \frac{m_{h_{c2}}}{m_{h_1}}$$

Wie können  $m_{h_1}$  und  $m_{h_{c2}}$  berechnet werden?

Bestimmungsgleichung für die Momentenmethode:

$$\frac{m_{Q_1}}{m_{Q_0}} = \frac{m_{I_1}}{m_{I_0}} + \frac{m_{n_1}}{m_{n_0}} = \frac{m_{I_1}}{m_{I_0}} + n \cdot k$$

$$\frac{m_{Q_{c2}}}{m_{Q_0}} = \frac{m_{I_{c2}}}{m_{I_0}} + \frac{m_{h_{c2}}}{m_{h_0}} = \frac{m_{I_{c2}}}{m_{I_0}} + n \cdot k^2$$

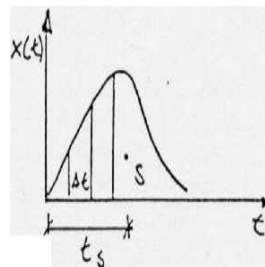
Berechnung der Momente

$M_{xy}$  = Schätzwert von  $m_{xy}$ ; für digitalisierte Daten gilt:

$$M_{Q_0} = \sum_{j=1}^{j_{max}} Q_j \cdot st$$

$$M_{x_0} = \sum_{j=1}^{j_{max}} x_i \cdot st$$

mit  $j' = j - 0,5$



- $M_{I_0} = \sum_{j'=0,5} I_{j'} \cdot st$
  - $M_{Q_1} = \sum_{j=1}^{j_{max}} j' \cdot Q_j \cdot st = j_{sQ} \cdot st \cdot M_{Q_0}$
  - $M_{I_1} = \sum_{j'=0,5}^{j_{max}} j' \cdot I_{j'} \cdot st = j'_{sI} \cdot st \cdot M_{I_0}$
  - $M_{Q_{c2}} = \sum_{j'}^{j_{max}} (j - j_{sQ})^2 Q_j \cdot st^2$
  - $M_{I_{c2}} = \sum_{j'}^{j'_{max}} (j' - j'_{sI})^2 \cdot I_{j'} \cdot st^2$
- $t_s = j_{sx} \cdot st =$  Abstand des Schwerpunktes der Größe x von  $t = 0$

wichtig:

- Für die Ermittlung von  $M_{I_1}$  und  $M_{I_{c2}}$  muß jeweils mit  $j' = j - 0,5$  gerechnet werden, d.h. mit um  $\frac{st}{2}$  geringeren Hebelarmen.

- Mit Parametern n und k in Gleichung:

$$h(j \cdot st) = \frac{1}{\Gamma(n)k^n} \cdot [(j - 0,5) \cdot st]^{n-1} \cdot e^{-\frac{(j-0,5)st}{k}}$$

$$h(j \cdot st) = A \cdot [(j - 0,5) \cdot st]^{n-1} \cdot e^{-\frac{(j-0,5)st}{k}}$$

- Bei Berechnung von Q aus h(t) und I(t):  
I jeweils in Intervallmitte und h jeweils in Intervallmitte liefern Q am Intervallrand

## 7.9.3 Beispiele

### 7.9.3.1 Bestimmung der Einheitsganglinie mit der Momentenmethode

geg.: Q und I Daten des Hochwasserereignisses

ges.: h(t) nach der Momentenmethode

$j' = j - 0,5$   $\Delta t = 1$  Einheit

j	j'	Q <sub>j</sub>	I <sub>j'</sub>	j · Q <sub>j</sub>	j' I <sub>j'</sub>	j - j <sub>sQ</sub>	(j - j <sub>sQ</sub> ) <sup>2</sup> Q <sub>j</sub>	j' - j' <sub>sI</sub>	(j' - j' <sub>sI</sub> ) <sup>2</sup> · I <sub>j'</sub>
	0,5		5		2,5			-1,222	7,466
1		0,05		0,05		-3,642	0,6623		
	1,5		7		10,5			-0,222	0,345
2		1,12		2,24		-2,642	7,8060		
	2,5		3		7,5			0,778	1,8159
3		3,25		9,75		-1,642	8,7625		
	3,5		3		10,5			1,778	9,4839
4		4,41		17,64		0,642	1,8063		
	4,5								
5		4,10		20,5		0,358	0,5313		
	5,5								
6		2,92		17,52		1,358	5,4008		
	6,5								
7		1,49		10,73		2,358	8,2987		
	7,5								
8		0,51		4,08		3,58	5,7577		
	8,5								
9		0,15		1,35		4,359	2,8514		
		18	18	83,56	31,0		41,8557		19,1114

$$j_{sQ} = \frac{83,56}{18} = 4,642 \qquad j'_{sI} = \frac{31,0}{18} = 1,722$$

$$\frac{M_{Qc2}}{M_{Q0}} = \frac{41,856}{18} = 2,325 \qquad \frac{M_{Ic2}}{M_{I-0}} = \frac{19,1114}{18} = 1,062$$

$$M_{h_1} = j_{sQ} - j'_{sI} = 4,642 - 1,722 = 2,92$$

$$M_{hc2} = \frac{M_{Qc2}}{M_{Q0}} - \frac{M_{Ic2}}{M_{I0}} = 2,325 - 1,062 = 1,263$$

$$M_{h_1} = n \cdot k \quad - \quad k = \frac{M_{hc2}}{M_{h_1}} = \frac{1,263}{2,92} = 0,433$$

$$M_{hc2} = n \cdot k^2 \quad - \quad n = \frac{M_{h_1}}{M_{hc2}} = \frac{2,92^2}{1,263} = 6,751$$

h - Funktion

$$h(t) = \frac{1}{\Gamma(n) \cdot k^n} \cdot t^{n-1} \cdot e^{-\frac{t}{k}} = A \cdot t^{n-1} \cdot e^{-\frac{t}{k}}$$

$$\hookrightarrow h(t) = A \cdot h^*(t) \quad \text{mit } h^*(t) = t^{n-1} \cdot e^{-\frac{t}{k}}$$

h- Werte gesucht zu den Zeitpunkten  $t_j = j \cdot st - 0,5st$

Beispiel:  $h(t_j) = A \cdot [(j - 0,5)st]^{5,751} \cdot e^{-\frac{(j-0,5)st}{0,433}}$

j	1	2	3	4	5	6	
$h_j^*$	0,066	0,321	0,600	0,412	0,173	0,054	$\sum = 1,566$
$\frac{h^*}{1,566} = h_j$	0,004	0,205	0,383	0,263	0,110	0,035	$\sum = 1,000$
$h^* \cdot A = h_j$	0,004	0,201	0,376	0,258	0,108	0,034	$\sum = 0,981$

- Berechnen von A durch Einsetzen von  $\Gamma(n)$  liefert nicht genau  $\sum = 1!$
- Berechnen von A:  $A = \frac{1}{\Gamma(n)k^n}$

$$\Gamma(n) = \Gamma(6, 751) = 5,751 \cdot 4,751 \cdot 3,751 \cdot 2,751 \cdot 1,751 \cdot \Gamma(1, 751) = 493,688 \cdot 0,91906 = 453,73$$

$$A = \frac{1}{453,73 \cdot 0,4336 \cdot 751} = \frac{1}{1,505} = 0,627$$

Vergleich: Q - Daten gemessen und gerechnet

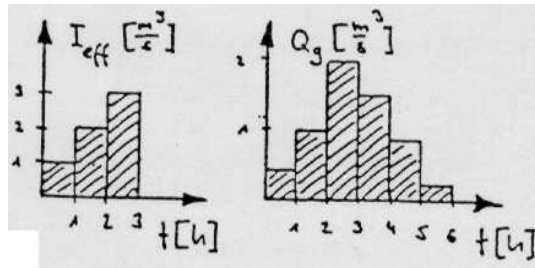
	j=	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$I_i$	$h_j$	0,004	0,205	0,383	0,263	0,110	0,035			
5	$I_1 h_j$	0,020	1,025	1,915	1,315	0,550	0,175			
7	$I_2 h_{j-1}$		0,028	1,435	2,681	1,841	0,770	0,245		
3	$I_3 h_{j-2}$			0,012	0,615	1,149	0,789	0,330	0,105	
3	$I_4 h_{j-3}$				0,012	0,615	1,149	0,789	0,330	0,105
Q gerechnet		0,02	1,053	3,362	4,623	4,155	2,983	1,364	0,435	0,105
Q gemessen		0,05	1,12	3,25	4,41	4,10	2,92	1,49	0,51	0,15

Kontrolle:

$$\sum Q_{gemessen} = 18,0$$

$$\sum Q_{gerechnet} = 18,0$$

### 7.9.3.2 Bestimmung der Einheitsganglinie mit dem Kleinstquadratverfahren



t[h]	1	2	3	4	5	6
$I_{eff} [\frac{m^3}{s}]$	1	2	3	-	-	-
$Q_g [\frac{m^3}{s}]$	0,4	1,1	2,0	1,4	0,8	0,3

( $I_{eff}$  wird nachfolgend als I bezeichnet)

gesucht: Einheitsganglinie h; Anzahl der h - Werte = k; Anzahl der  $Q_g$  - Werte: n = 6; Anzahl der I - Werte: m = 3

$$\hookrightarrow k = n - m + 1$$

$$\hookrightarrow k = 4$$

$$\hookrightarrow \text{ges: } h_1, h_2, h_3, h_4$$

$$\text{Fehlerquadratsumme } S = \sum \epsilon_j^2 = \sum_{j=1}^n (Q_{gj} - Q_j)^2 = (Q_{g1} - Q_1)^2 + (Q_{g2} - Q_2)^2 + \dots + (Q_{g6} - Q_6)^2 \stackrel{!}{=} \text{Min}$$

$$\text{mit } Q_j = \sum_{i=1}^j I_i \cdot h_j - i + 1$$

$$S = [Q_{g1} - (I_1 \cdot h_1)]^2 + [Q_{g2} - (I_2 \cdot h_1 + I_1 \cdot h_2)]^2 + [Q_{g3} - (I_3 \cdot h_1 + I_2 \cdot h_2 + I_1 \cdot h_3)]^2 + [Q_{g4} - (I_3 \cdot h_2 + I_2 \cdot h_3 + I_1 \cdot h_4)]^2 + [Q_{g5} - (I_3 \cdot h_3 + I_2 \cdot h_4)]^2 + [Q_{g6} - (I_3 \cdot h_4)]^2$$

beispielhaft:

$$\frac{\partial s}{\partial h_1} \rightarrow -2I_1(Q_{g_1} - I_1 \cdot h_1) - 2I_2[Q_{g_2} - (I_2 \cdot h_1 + I_1 \cdot h_2)] - 2I_3[Q_{g_3} - (I_3 \cdot h_1 + I_2 \cdot h_2 + I_1 \cdot h_3)] \stackrel{!}{=} 0$$

$$I_1 \cdot I_1 \cdot h_1 - I_1 \cdot Q_{g_1} + I_2 \cdot I_2 \cdot h_1 + I_1 \cdot I_2 \cdot h_2 - I_2 \cdot Q_{g_2} + I_3 \cdot I_3 \cdot h_1 + I_2 \cdot I_3 \cdot h_2 + I_3 \cdot I_1 \cdot h_3 - I_3 \cdot Q_{g_3} = 0$$

$$(I_1 \cdot I_1 + I_2 \cdot I_2 + I_3 \cdot I_3) \cdot h_1 + (I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3) \cdot h_2 + I_1 \cdot I_3 \cdot h_3 = Q_{g_1} \cdot I_1 + Q_{g_2} \cdot I_2 + Q_{g_3} \cdot I_3$$

$$\frac{\partial s}{\partial h_1} = 0 \rightarrow \underbrace{I_1 \cdot I_1 + I_2 \cdot I_2 + I_3 \cdot I_3}_{\alpha_0} \cdot h_1 + \underbrace{I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3}_{\alpha_1} \cdot h_2 + \underbrace{I_1 \cdot I_3}_{\alpha_2} \cdot h_3 = \underbrace{Q_{g_1} \cdot I_1 + Q_{g_2} \cdot I_2 + Q_{g_3} \cdot I_3}_{\beta_1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial h_2} = 0 &\rightarrow \underbrace{(I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3)}_{\alpha_{-1}} \cdot h_1 + \underbrace{(I_1 \cdot I_1 + I_2 \cdot I_2 + I_3 \cdot I_3)}_{\alpha_0} \cdot h_2 + \underbrace{(I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3)}_{\alpha_1} \cdot h_3 + \underbrace{(I_1 \cdot I_3)}_{\alpha_2} \cdot h_4 \\ &= \underbrace{Q_{g_2} \cdot I_1 + Q_{g_3} \cdot I_2 + Q_{g_4} \cdot I_3}_{\beta_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial h_3} = 0 &\rightarrow \underbrace{(I_1 \cdot I_3)}_{\alpha_{-2}} \cdot h_1 + \underbrace{(I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3)}_{\alpha_{-1}} \cdot h_2 + \underbrace{(I_1 \cdot I_1 + I_2 \cdot I_2 + I_3 \cdot I_3)}_{\alpha_0} \cdot h_3 + \underbrace{(I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3)}_{\alpha_1} \cdot h_4 \\ &= \underbrace{Q_{g_3} \cdot I_1 + Q_{g_4} \cdot I_2 + Q_{g_5} \cdot I_3}_{\beta_3} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial s}{\partial h_3} = 0 \rightarrow \underbrace{(I_1 \cdot I_3)}_{\alpha_{-2}} \cdot h_2 + \underbrace{(I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3)}_{\alpha_{-1}} \cdot h_3 + \underbrace{(I_1 \cdot I_1 + I_2 \cdot I_2 + I_3 \cdot I_3)}_{\alpha_0} \cdot h_4 = \underbrace{Q_{g_4} \cdot I_1 + Q_{g_5} \cdot I_2 + Q_{g_6} \cdot I_3}_{\beta_4}$$

**allgemeine Bestimmungsgleichung:**

$$\beta_q = \sum_{i=1}^k \alpha_{i-q} \cdot h_i \quad \text{mit}$$

$$\beta_q = \sum_{j=1}^n Q_{g_j} \cdot I_{j-q+1} \quad \text{und}$$

$$\alpha_{i-q} = \sum_{r=1}^m I_{r+i-q} \quad \text{und}$$

$$\alpha_{i-q} = \alpha_{-(i-q)}$$

**im Beispiel:**

$$\begin{array}{ll} r = 1, 2, 3 & I_r: m = 3 \\ i, q = 1, 2, 3, 4 & h_q: k = 4 \\ j = 1, 2, \dots, 6 & Q_{gj}: n = m + k - 1 = 6 \end{array}$$

**beispielhaft:**

$$q = 1 \quad \hookrightarrow \quad \beta_1 = \sum_{j=1}^6 Q_{gj} \cdot I_{j-1+1} = Q_{g_1} \cdot I_1 + Q_{g_2} \cdot I_2 + Q_{g_3} \cdot I_3 + Q_{g_4} \cdot I_4 + Q_{g_5} \cdot I_5 + Q_{g_6} \cdot I_6$$

(mit  $I_4; I_5; I_6 = 0$ )

**beispielhaft:**

$$\begin{aligned} q = 1; i = 1 & \quad \hookrightarrow \quad \alpha_{i-q} = \alpha_{1-1} = \alpha_0 = \sum_{r=1}^3 I_r \cdot I_{r+1-1} = \sum_{r=1}^3 I_r \cdot I_r = I_1 \cdot I_1 + I_2 \cdot I_2 + I_3 \cdot I_3 \\ q = 1; i = 2 & \quad \hookrightarrow \quad \alpha_{2-1} = \alpha_1 = \sum_{r=1}^3 I_r \cdot I_{r+1} = I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3 + I_3 \cdot I_4 \\ & \quad = I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3 \quad (\text{mit } I_4 = 0) \\ q = 1; i = 3 & \quad \hookrightarrow \quad \alpha_{3-1} = \alpha_2 = \sum_{r=1}^3 I_r \cdot I_{r+2} = I_1 \cdot I_3 + I_2 \cdot I_4 + I_3 \cdot I_5 \\ & \quad = I_1 \cdot I_3 \quad (\text{mit } I_4; I_5 = 0) \end{aligned}$$

**Bestimmung der Koeffizienten:**

$$\begin{array}{llll} \alpha_0 & = I_1 \cdot I_1 + I_2 \cdot I_2 + I_3 \cdot I_3 & = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 & = 14 \\ \alpha_1 & = \alpha_{-1} = I_1 \cdot I_2 + I_2 \cdot I_3 & = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 & = \\ \alpha_2 & = \alpha_{-2} = I_1 \cdot I_3 & = 1 \cdot 3 & = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \beta_1 & = Q_{g_1} \cdot I_1 + Q_{g_2} \cdot I_2 + Q_{g_3} \cdot I_3 & = 0,4 \cdot 1 + 1,1 \cdot 2 + 2,0 \cdot 3 & = 8,6 \\ \beta_2 & = Q_{g_2} \cdot I_1 + Q_{g_3} \cdot I_2 + Q_{g_4} \cdot I_3 & = 1,1 \cdot 1 + 2,0 \cdot 2 + 1,4 \cdot 3 & = 9,3 \\ \beta_3 & = Q_{g_3} \cdot I_1 + Q_{g_4} \cdot I_2 + Q_{g_5} \cdot I_3 & = 2,0 \cdot 1 + 1,4 \cdot 2 + 0,8 \cdot 3 & = 7,2 \\ \beta_4 & = Q_{g_4} \cdot I_1 + Q_{g_5} \cdot I_2 + Q_{g_6} \cdot I_3 & = 1,4 \cdot 1 + 0,8 \cdot 2 + 0,3 \cdot 3 & = 3,9 \end{array}$$



lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}\alpha_0 \cdot h_1 + \alpha_1 \cdot h_2 + \alpha_2 \cdot h_3 + 0 \cdot h_4 &= \beta_1 \\ \alpha_{-1} \cdot h_1 + \alpha_0 \cdot h_2 + \alpha_1 \cdot h_3 + \alpha_2 \cdot h_4 &= \beta_2 \\ \alpha_{-2} \cdot h_1 + \alpha_{-1} \cdot h_2 + \alpha_0 \cdot h_3 + \alpha_1 \cdot h_4 &= \beta_3 \\ 0 \cdot h_1 + \alpha_{-2} \cdot h_1 + \alpha_{-1} \cdot h_3 + \alpha_0 \cdot h_4 &= \beta_4\end{aligned}$$

Einsetzen der  $\alpha$ - und  $\beta$ - Werte:

$$\begin{aligned}14h_1 + 8h_2 + 3h_3 &= 8,6 \\ 8h_1 + 14h_2 + 8h_3 + 3h_4 &= 9,3 \\ 3h_1 + 8h_2 + 14h_3 + 8h_4 &= 7,2 \\ 3h_2 + 8h_3 + 14h_4 &= 3,9\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{aligned}h_1 &= 0,4; \\ h_2 &= 0,3; \\ h_3 &= 0,2; \\ h_4 &= 0,1;\end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}5,6 + 2,4 + 0,6 &= 8,6 \\ 3,2 + 4,2 + 1,6 + 0,3 &= 9,3 \\ 1,2 + 2,4 + 2,8 + 0,8 &= 7,2 \\ 0,9 + 1,6 + 1,4 &= 3,9\end{aligned}$$

resultierende Einheitsganglinie:

$t[h]$	1	2	3	4	
$h_i$	0,4	0,3	0,2	0,1	$\sum h_i = 1,0$

